

Inhaltsverzeichnis

1	Statik.....	1
1.1	Grundbegriffe.....	1
1.1.1.	Zum Kraftbegriff	1
1.1.2	Einteilung der Kräfte, das Schnitt- und das Wechselwirkungsprinzip.....	3
1.2	Kräfte in einem Angriffspunkt	6
1.2.1	Zusammensetzen von Kräften	6
1.2.2	Zerlegen von Kräften in der Ebene: Komponentendarstellung.....	9
1.2.3	Gleichgewicht von Kräften in einem Angriffspunkt	12
1.2.4	Zentrale Kräftegruppe im Gleichgewicht: Haltekraft auf schiefer Ebene	14
	Lösung im kartesischen Koordinatensystem	14
	Vektorielle Berechnung der Haltekraft	15
1.2.5	Zentrale Kräftegruppe im Gleichgewicht: Verkettete Pendelstäbe	15
	Lösung im kartesischen Koordinatensystem	15
	Stabkräfte vektoriell berechnet.....	17
1.2.6	Zentrale Kräftegruppen im Raum und Vergleich mit zwei Dimensionen.....	18
1.3	Allgemeine Kräftesysteme: Gleichgewicht des starren Körpers.....	20
1.3.1	Moment beliebig verteilter Kräftegruppen in der Ebene.....	20
	Zwei zueinander parallele Kräfte	20
	Definition des Momentes einer Kraft	23
	Zum Gesamtmoment ebener Kräftesysteme	24
	Kräfte an einer Sechseckscheibe	24
	Beispiel: Das Moment eines Kräftepaares	24
1.3.2	Gleichgewichtsbedingungen für beliebige Kräftesysteme in der Ebene.	26
1.3.3	Gleichgewicht illustriert an einem System von Pendelstäben.....	28
1.3.4	Vektorielle Deutung des Momentes	29
	Definition des Momentenvektors	29
	Bemerkungen zum Kreuzprodukt von Vektoren.....	30
	Ein Quader unter dem Einfluss äußerer Kräfte	33
1.3.5	Allgemeine Kräftegruppen im Raum	34
	Zusammenfassung der Gleichgewichtsbedingungen	34
	Rahmen im Raum.....	35
1.3.6	Grafische Verfahren zur Behandlung allgemeiner 2-D-Kräftegruppen ..	37
	Die CULMANNsche Gerade.....	37

	Das Seileck	38
1.4.	Der Schwerpunkt	41
1.4.1	Schwerpunkt einer Gruppe paralleler Kräfte.....	41
1.4.2	Spezielle Linienkräfte (Streckenlasten): Gleichstrecken- und Dreieckslast	44
1.4.3	Massenschwerpunkt eines Volumens.....	45
1.4.4	Zum Flächenschwerpunkt	48
	Flächenschwerpunkt eines Dreiecks	51
	Flächenschwerpunkt einer Parabel.....	52
	Flächenschwerpunkt eines Kreises.....	53
1.4.5	Zum Linienschwerpunkt.....	54
1.5	Lager, Trag- und Fachwerke.....	56
1.5.1	Freiheitsgrade, Lager und ihre technische Realisierung	56
	Einwertige Lager	56
	Zweiwertige Lager.....	56
	Dreiwertige Lager.....	57
1.5.2	Tragwerke.....	58
1.5.3	Fachwerke.....	59
	Definition des idealen Fachwerks	59
	Prinzipielle Berechnung der Stabkräfte: Knotenpunktverfahren	61
	Der RITTERSche Schnitt.....	63
	Der CREMONA-Plan	65
1.6	Der biegesteife Träger	66
1.6.1	Schnittgrößen – Begriffsbildung	66
1.6.2	Zur Berechnung von Schnittgrößen am geraden Balken.....	68
	Gerader Balken unter Einzellasten	68
	Balken auf zwei Stützen unter Einzellast (Dreipunktbiegeprobe)	71
	Kragträger unter Einzellast und Momentenwirkung.....	72
	Zusammenhang zwischen Belastung und Schnittgrößen	73
	Integration der Differentialgleichungen für Querkraft- und Momentenfläche.....	74
	Randbedingungen für die Querkraft- und für die Momentenfläche.....	74
	Übergangsbedingungen für die Querkraft- und für die Momentenfläche	76
	Momentenfläche bei komplizierteren Belastungen.....	77
	Ein vergleichendes Beispiel	79
1.6.3	Zur Berechnung von Schnittgrößen am Rahmentragwerk.....	83
	Der rechtwinklige Rahmen.....	83
	Beliebiger gerader Träger.....	85

	Der stetig gekrümmte Träger — Theorie	87
	Der stetig gekrümmte Träger — ein Halbkreisbogen	89
1.7.	Reibungsphänomene.....	90
1.7.1	Gleitreibung und Haftreibung.....	90
1.7.2	Reibung an der schiefen Ebene	93
1.7.3	Spezielle Anwendungen des Reibungsphänomens	96
	Der PRONYSche Zaum (Reibungsbremse)	96
	Schraube	98
	Umschlingungsreibung.....	102
	Seilbremse	104
	Reibung am Keil.....	107
2	Festigkeitslehre.....	109
2.1	Einführung; Begriffe	109
2.1.1	Aufgabe der Festigkeitslehre.....	109
2.1.2	Beanspruchungsarten.....	110
2.1.3	Begriff der Spannung	111
2.2	Zug- und Druckbeanspruchung	113
2.2.1	Zug- und Druckspannung in Bauteilen	113
2.2.2	Beispiel: Spannungsverteilung in einem konischen Stab.....	115
2.2.3	Beispiel: Stab gleicher Festigkeit.....	116
2.2.4	Die Längenänderung des Zug- oder Druckstabes	117
2.2.5	Die Querdehnung des Zug- oder Druckstabes	120
2.2.6	Verformung statisch bestimmter Stabsysteme	121
2.2.7	Statisch unbestimmte Stabsysteme.....	122
2.2.8	Behinderte Wärmeausdehnung.....	124
2.3	Schubbeanspruchung und HOOKEsches Gesetz.....	125
2.3.1	Spannungen infolge Schublast	125
2.3.2	Verformung infolge Schublast	125
2.4	Biegebeanspruchung des Balkens.....	126
2.4.1	Biegespannungsformel	126
2.4.2	Trägheits- und Widerstandsmomente für einfache Querschnittsformen	129
2.4.3	Satz von STEINER.....	131
2.4.4	Die Normalspannungen im Balken infolge Querkraftbiegung.....	134

2.5	Schub infolge Querkraft beim Biegeträger	136
2.5.1	Ingenieurformel für die Schubspannungen	136
2.5.2	Berechnung der Schubspannungen für spezielle Trägerformen.....	138
2.5.3	Schubspannungen im geschweißten, geklebten und genieteten Träger	140
2.5.4	Schubmittelpunkt.....	142
2.6	Die elastische Linie des Biegeträgers (Biegelinie)	143
2.6.1	Die Differenzialgleichung der Biegelinie.....	143
2.6.2	Beispiel: Der eingespannte Balken.....	146
2.6.3	Beispiel: Träger auf zwei Stützen	147
2.6.4	Anwendung auf statisch unbestimmte Systeme	149
2.6.5	MOHRsche Analogie; eine praktische, rechnerisch- zeichnerische Methode zur Ermittlung der Biegelinie	150
2.6.6	Wahre Auflager und Ersatzlager sind identisch	151
2.6.7	Schlusslinie als geneigte Gerade	153
2.6.8	Ein Zahlenbeispiel	153
2.6.9	Zusammenfassung: Auffinden der Biegelinie mit Hilfe der MOHRschen Analogie	154
2.6.10	Ermittlung von Verformungen mit Hilfe des Superpositionsprinzips	156
2.6.11	Schiefe Biegung (Begriff der Hauptträgheitsachsen).....	157
2.7	Axiale Verdrehung/Torsion	163
2.7.1	Schubspannungen am Kreisquerschnitt.....	163
2.7.2	Polares Trägheitsmoment für Kreisprofile	164
2.7.3	Dünnwandige geschlossene Hohlprofile und dünnwandige offene Profile	166
2.7.4	Beliebige offene Profile, dickwandige Hohlprofile	169
2.7.5	Verformung infolge Torsion, Verdrehwinkel	170
	Spezifischer Winkel, Drehfederkonstante.....	171
	Darstellung des Torsionsmomentes (M_T -Fläche).....	172
2.8	Zusammengesetzte Beanspruchung	173
2.8.1	Einführung.....	173
2.8.2	Normalspannungen aus Normalkräften und Biegung	174
2.8.3	Schubspannungen aus Querkraft und Torsion.....	176
2.8.4	Begriff des Spannungstensors im ebenen Fall	177
2.8.5	Begriff des Spannungstensors im räumlichen Fall.....	181
2.8.6	Der MOHRsche Kreis	183
2.8.7	Vergleichsspannungen.....	189

2.8.8	Spannungstensor für den Balken.....	190
2.9	Stabilitätsprobleme	196
2.9.1	Einführung.....	196
2.9.2	Ein erstes Stabilitätsproblem	197
2.9.3	Zur Phänomenologie von Stabilitätsproblemen	198
2.9.4	Die EULERSche Knickgleichung.....	198
2.9.4	Die vier EULERSchen Knicktypen.....	201
3	Dynamik.....	205
3.1	Punktförmige Masse	205
3.1.1	Kinematik eines einzelnen Massenpunktes	205
	Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung im Eindimensionalen	205
	Beispiele zur eindimensionalen Bewegung.....	208
	Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung im Raum	214
	Koordinatensysteme	216
3.1.2	Kinetik des Massenpunktes	220
	Die NEWTONschen Gesetze	220
	Dynamik des freien Massenpunktes.....	221
	Geführte Bewegungen	223
	Bewegungen unter dem Einfluss von Reibungskräften	227
3.1.3	Der Impulssatz.....	230
3.1.4	Energiesatz der Mechanik	233
3.1.5	Drehimpuls und Momentensatz.....	238
3.2	Die Dynamik von Massenpunktsystemen	238
3.2.1	Kinematik	238
3.2.2	Kinetik	240
3.2.3	Impuls- und Schwerpunktsatz für Massenpunktsysteme	242
3.2.4	Drehimpulssatz für Massenpunktsysteme	243
3.2.5	Der Energie- und Arbeitssatz für Massenpunktsysteme	247
3.2.6	Eine Anwendung des Impuls- und des Energiesatzes: zentrische Stöße zwischen kugelförmigen Massen	248
3.2.7	Körper mit zeitveränderlicher Masse	251
3.3	Die Dynamik des starren Körpers.....	254
3.3.1	Starrkörperkinematik.....	254
	Freiheitsgrade des starren Körpers	254
	Translation des starren Körpers.....	255

	Rotation des starren Körpers um eine feste Achse.....	256
	Allgemeine Bewegung des starren Körpers in der Ebene.....	258
	Zwei Beispiele zur Kinematik des starren Körpers.....	261
	Der Momentanpol.....	264
3.3.2	Starrkörperkinetik.....	265
	Einleitende Bemerkungen	265
	Rotation eines starren Körpers um eine feste Achse.....	265
	Ein Beispiel zur Aufstellung der Bewegungsgleichung von um eine feste Achse rotierenden Körpern	269
	Energie- und Arbeitssatz bei Rotation um eine feste Achse	270
	Weitere Beispiele zur Bewegung starrer Körper: Reibungsbremse und Walze	271
	Analogie zwischen der geradlinigen Bewegung eines Massenpunktes und der Starrkörperrotation um eine feste Achse	274
	Kinetik von ebenen starren Körpern (Scheiben).....	275
	Beispiel I zur Starrkörperbewegung von Scheiben	277
	Beispiel II zur Starrkörperbewegung von Scheiben: Die ATWOODSche Fallmaschine	280
	Beispiel III zur Starrkörperbewegung von Scheiben: Das Jo-Jo.....	281
	Beispiel IV zur Starrkörperbewegung von Scheiben	281
	Impuls-, Arbeits- und Energiesatz bei der Bewegung starrer Körper in der Ebene.....	284
	Ein Beispiel zum Energiesatz ebener starrer Körper.....	286
3.4	Schwingungen.....	288
3.4.1	Grundbegriffe der Schwingungslehre	288
3.4.2	Freie, ungedämpfte Schwingungen mit einem Freiheitsgrad.....	291
	Bewegungsgleichungen und ihre Lösung.....	291
	Alternativen und ergänzende Betrachtungen mit Hilfe des Energiesatzes	293
	Beispiele für die freie ungedämpfte Schwingung mit einem Freiheitsgrad	295
	Federkonstanten.....	296
3.4.3	Freie, gedämpfte Schwingungen mit einem Freiheitsgrad.....	300
	COULOMBreibung	300
	Geschwindigkeitsproportionale Reibung: Der lineare Dämpfer (Dashpot).....	301
	Ein komplizierteres Beispiel für eine Schwingung mit Dämpfung	306
3.4.4	Angefachte Schwingungen.....	307
	Angefachte Schwingungen ohne Dämpfung.....	307

	Angefachte Schwingungen mit geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung	310
3.4.5	Schwingungen mit endlich vielen Freiheitsgraden	314
	Motivation und Erinnerung	314
	Bewegungsgleichung der freien, ungedämpften Schwingung mit zwei Freiheitsgraden	315
	Erzwungene Schwingung mit zwei Freiheitsgraden	320
4	Kontinuumsmechanik.....	323
4.1	Bilanzgleichungen der Masse.....	323
4.1.1	Bilanzgleichung der Masse in globaler Form.....	323
4.1.2	Massendichte und Umschreibung der globalen Massenbilanz.....	324
4.1.3	LEIBNIZsche Regel zur Differentiation von Parameterintegralen und REYNOLDSSches Transporttheorem	326
4.1.4	Lokale Massenbilanz in regulären Punkten.....	330
4.1.5	Alternativschreibweisen der Massenbilanz in regulären Punkten; Endziel des Mechanikers	332
4.2	Bilanzgleichungen des Impulses	334
4.2.1	Bilanzgleichung des Impulses in globaler Form	334
4.2.2	Das CAUCHYSche Tetraederargument	337
4.2.3	Bilanzgleichung des Impulses in lokaler Form	338
4.2.4	Eine Bemerkung zum REYNOLDSSchen Transporttheorem.....	340
4.3	Einfache Materialgleichungen	342
4.3.1	Das reibungsfreie Fluid	342
4.3.2	Das NAVIER-STOKES-Fluid.....	343
4.3.3	Der linear-elastische HOOKESche Körper.....	343
4.4	Bilanzgleichungen des Drehimpulses	348
4.4.1	Die lokale Bilanz des Drehimpulses.....	348
4.4.2	Die globale Bilanz des Drehimpulses	350
4.5	Einführung in die lineare Elastizitätstheorie	351
4.5.1	Der eindimensionale Zugstab neu gesehen	351
4.5.2	Die LAMÉ-NAVIERschen Gleichungen	353
4.5.3	Der axial schwingende Zugstab.....	358
4.5.4	Die Schwingungsgleichung der Geigensaite	360
4.5.5	Die Schwingungsgleichung einer Membran	364
4.5.6	Der transversal schwingende Balken.....	366
4.5.7	Lösungsmethoden I: Das Verfahren von D'ALEMBERT	367
4.5.8	Die Frage der Randbedingungen	372

4.5.9	Lösungsmethoden II: Das Verfahren von BERNOULLI.....	374
4.5.10	Zur Äquivalenz der Lösungsverfahren nach D'ALEMBERT und BERNOULLI	381
4.6	Einführung in die Hydromechanik	384
4.6.1	Massenbilanz bei der Rohrströmung.....	384
4.6.2	Der hydrostatische Druck.....	387
4.6.3	Die BERNOULLISCHE Gleichung.....	388
4.6.4	Der Auftrieb nach ARCHIMEDES.....	390
5	Energiemethoden	393
5.1	Energiebilanzen.....	393
5.1.1	Lokale und globale Bilanz der kinetischen Energie.....	393
5.1.2	Zum Begriff der inneren Energie	395
5.1.3	Gesamtbilanz der Energie oder Energieerhaltungssatz.....	395
5.1.4	Bilanz der inneren Energie	398
5.1.5	Energiebilanz bei der Rohrströmung.....	400
5.2	Entropiebilanz und zweiter Hauptsatz	401
5.2.1	Globale und lokale Entropiebilanz.....	401
5.2.2	Die GIBBSsche Gleichung	403
5.2.3	Eine Anwendung der GIBBSschen Gleichung: Gummielastizität vs. HOOKESches Gesetz.....	405
5.3	Die Sätze von CASTIGLIANO, BETTI und MAXWELL.....	412
5.3.1	Potenzialcharakter von Formänderungsenergie, komplementärer Formänderungsenergie, freier Energie und freier Enthalpie.....	412
5.3.2	Die Formänderungsenergiegedichte linear-elastischer Körper	416
5.3.3	Komplementäre Formänderungsenergiegedichte linear-elastischer Körper.....	419
5.3.4	Formänderungsenergiegedichte für Balken	420
5.3.5	Formänderungsenergie in der Elastostatik	422
5.3.6	Die Sätze von MAXWELL und BETTI.....	423
5.3.7	Anwendung der Sätze von BETTI und MAXWELL auf statisch bestimmte und unbestimmte Systeme.....	427
5.3.8	Die Sätze von CASTIGLIANO für diskret belastete Systeme	430
5.3.9	Eine Anwendung der Sätze von CASTIGLIANO auf ein statisch bestimmtes System.....	432
5.4	Energiefunktionale und ihre Extrema	433
5.4.1	Eine erste Motivation zur Minimierung von Energieausdrücken	433
5.4.2	Hinführung zur Variationsrechnung.....	435

5.4.3	Die EULERSche Variationsgleichung	437
5.5	Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen (PdvV)	441
5.5.1	Das PdvV in der elementaren technischen Mechanik	441
5.5.2	Das PdvV in der höheren technischen Mechanik	443
5.5.3	Das PdvV vom Standpunkt der Variationsrechnung	446
5.5.4	Das PdvV – Statik starrer Systeme	448
5.5.5	Beispiele zum PdvV in der Statik starrer Systeme	449
	Berechnung von Kräften und Momenten	449
	Berechnung von stabilen Lagen	452
	Das Prinzip von TORRICELLI	453
	Der GERBER-Träger	453
5.5.6	Das PdvV – Statik deformierbarer Systeme	454
5.5.7	Ein Beispiel zum PdvV in der Statik deformierbarer Systeme	455
5.5.8	PdvV – Allgemeine Belastungsfälle für HOOKESche Balken	458
5.5.9	PdvV – Die Näherungsmethoden nach RITZ und GALERKIN	462
5.6	Das Prinzip der virtuellen Kräfte (PdvK)	466
5.6.1	Formulierung des PdvK im Rahmen der elementaren und höheren technischen Mechanik	466
5.6.2	Das PdvK vom Standpunkt der Variationsrechnung	469
5.6.3	Beispiele zum PdvK	471
	Verschiebungen in einem statisch bestimmten System	471
	Lagerreaktionen in einem statisch unbestimmten System	472
5.6.4	Eine rezeptmäßige Auswertung des PdvK: das 1-Kraft-Konzept	474
5.7	Dynamische Energieprinzipie	478
5.7.1	Das D’ALEMBERTSche Prinzip in LAGRANGEScher Fassung	478
5.7.2	Ableitung der Bewegungsgleichung des starren Körpers mit Hilfe des D’ALEMBERTSchen Prinzips in LAGRANGEScher Fassung	480
5.7.3	Ein Beispiel zum D’ALEMBERTSchen Prinzip in LAGRANGEScher Fassung	488
5.7.4	Das HAMILTONSche Prinzip und die LAGRANGEFunktion	490
5.7.5	Generalisierte Koordinaten	492
5.7.6	Die EULER-LAGRANGESchen-Bewegungsgleichungen	493
5.7.7	Beispiel I zu den EULER-LAGRANGESchen Bewegungsgleichungen: Geführte Punktmasse	495
5.7.8	Beispiel II zu den EULER-LAGRANGESchen Bewegungsgleichungen: Massenpunktsystem mit zwei generalisierten Koordinaten	496
5.7.9	Beispiel III zu den EULER-LAGRANGESchen Bewegungsgleichungen: Mehrere Punktmassen im Verbund	498
5.7.10	Beispiel IV zu den EULER-LAGRANGESchen Bewegungsgleichungen: Punktmassen und starrer Körper im Verbund	500

5.7.11	Beispiel V zu den EULER-LAGRANGESchen Bewegungsgleichungen: Konservative Starrkörperbewegung.....	501
5.7.12	Beispiel VI zu den EULER-LAGRANGESchen Bewegungsgleichungen: Ein nicht konservatives System.....	503
5.7.13	Die LAGRANGESchen Bewegungsgleichungen 1. Art	504
5.7.14	Beispiel I zu den LAGRANGESchen Bewegungsgleichungen 1. Art	506
5.7.15	Beispiel II zu den LAGRANGESchen Bewegungsgleichungen 1. Art.....	510
5.7.16	Klassifizierung kinematischer Bedingungen.....	511
5.7.17	Beispiele zu holonom rheonomen Nebenbedingungen.....	514
5.7.18	Die HAMILTONSchen Bewegungsgleichungen	516
5.7.19	Beispiel I zu den HAMILTONSchen Gleichungen: Wurf im Schwerefeld der Erde	520
5.7.20	Beispiel II zu den HAMILTONSchen Gleichungen: Der 1-D-Massenschwinger.....	522
	Stichwort- und Namensregister	523
	Hinweise zur beigelegten CD-ROM.....	537