

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Zufallsexperimente und zufällige Ereignisse</b> .....	1
<b>2. Absolute und relative Häufigkeiten</b> .....	9
<b>3. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff im täglichen Sprachgebrauch (subjektive Wahrscheinlichkeit)</b> .....	13
<b>4. Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff</b> .....	15
4.1. Die Wahrscheinlichkeit der einzelnen Versuchsergebnisse .....	16
4.2. Die Wahrscheinlichkeit eines beliebigen Ereignisses .....	17
<b>5. Kombinatorik</b> .....	22
5.1. Anordnungsmöglichkeiten .....	22
5.2. Auswahlmöglichkeiten mit Berücksichtigung der Reihenfolge .....	28
5.3. Auswahlmöglichkeiten ohne Berücksichtigung der Reihenfolge.....	38
5.4. Zusammenstellung der Formeln aus der Kombinatorik.....	45
5.5. Urnenmodelle .....	46
<b>6. Geometrische Wahrscheinlichkeiten</b> .....	50
6.1. Geometrische Wahrscheinlichkeiten auf der Zahlengeraden .....	50
6.2. Geometrische Wahrscheinlichkeiten in der Ebene .....	53
<b>7. Allgemeine Wahrscheinlichkeiten</b> .....	58
7.1. Axiome der Wahrscheinlichkeit.....	58
7.2. Schätzwerte für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit .....	62
<b>8. Bedingte Wahrscheinlichkeiten und unabhängige Ereignisse</b> .....	63
8.1. Bedingte Wahrscheinlichkeiten .....	63
8.2. Stochastisch unabhängige Ereignisse.....	69
8.3. Unabhängige Wiederholungen von Zufallsexperimenten .....	71
<b>9. Mehrstufige Zufallsexperimente</b> .....	74
9.1. Zweistufige Zufallsexperimente.....	74
9.2. Mehrstufige Zufallsexperimente .....	81
9.3. Unabhängige Versuchswiederholungen.....	84
9.4. Binomialverteilung (Verteilung der absoluten Häufigkeit) .....	84
9.5. Die geometrische Verteilung (Warten auf den ersten Erfolg) .....	86
<b>10. Beschreibende Statistik (Stichprobendarstellung)</b> .....	89
10.1. Merkmalstypen und Stichproben .....	89
10.2. Graphische Darstellungen .....	90
10.2.1. Graphische Darstellungen bei qualitativen Merkmalen .....	90
10.2.2. Graphische Darstellungen bei quantitativen Merkmalen .....	91
10.3. Mittelwerte einer Stichprobe .....	95
10.3.1. Das arithmetische Mittel (Mittelwert) .....	95
10.3.2. Der Median (Zentralwert) einer Stichprobe .....	98
10.3.3. Vergleich von Mittelwert und Median .....	99

10.3.4. Das harmonische Mittel .....	100
10.3.5. Das geometrische Mittel .....	102
10.4. Quantile einer Stichprobe .....	103
10.5. Streuungsmaße (Abweichungsmaße) einer Stichprobe .....	104
10.5.1. Der mittlere (durchschnittliche) Abstand .....	106
10.5.2. Varianz und Standardabweichung (Streuung) einer Stichprobe ..	106
10.5.3. Vergleich des mittleren Abstands mit der Standardabweichung ..	108
<b>11. Diskrete Zufallsvariable .....</b>	<b>110</b>
11.1. Die Verteilung einer diskreten Zufallsvariablen .....	110
11.2. Der Erwartungswert einer diskreten Zufallsvariablen .....	111
11.3. Varianz und Standardabweichung einer diskreten Zufalls- variablen .....	123
11.4. Die Binomialverteilung – die Zufallsvariable der absoluten Häufigkeit .....	127
11.5. Die hypergeometrische Verteilung – Ziehen ohne Zurücklegen ....	129
11.6. Die geometrische Verteilung .....	130
11.7. Die Poisson-Verteilung .....	134
<b>12. Die Normalverteilung (Gaußsche Glockenkurve) .....</b>	<b>137</b>
12.1. Gaußsche Glockenkurven .....	137
12.2. Die Standard-Normalverteilung – $N(0;1)$ -Verteilung .....	142
12.2.1. Die Glockenkurve (Dichte) der Standard-Normalverteilung .....	142
12.2.2. Die Standardisierung einer Stichprobe .....	142
12.2.3. Die Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung .....	144
12.2.4. Die Kenngrößen der Standard-Normalverteilung .....	146
12.3. Die allgemeine Normalverteilung – die $N(\mu; \sigma^2)$ -Verteilung .....	147
12.3.1. Die Dichte einer Normalverteilung .....	147
12.3.2. Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung .....	147
12.3.3. Wahrscheinlichkeiten für Intervalle .....	147
12.3.4. Die zwei-Sigma-Regel .....	148
12.3.5. Die drei-Sigma-Regel .....	149
12.3.6. Schätzwerte für einen unbekanntem Erwartungswert und eine unbekannte Varianz einer Normalverteilung .....	149
12.3.7. Summen unabhängiger Normalverteilungen .....	149
12.4. Approximation der Binomialverteilung durch die Normal- verteilung .....	150
12.5. Approximation von Summen unabhängiger identisch verteilter Zufallsvariablen durch eine Normalverteilung .....	152
<b>13. Weitere stetige Verteilungen .....</b>	<b>154</b>
13.1. Die gleichförmige (gleichmäßige) Verteilung .....	154
13.2. Die Exponentialverteilung .....	157
<b>14. Stichprobentheorie (repräsentative Zufallsstichproben) .....</b>	<b>160</b>
14.1. Vorgehensweise bei statistischen Verfahren .....	160
14.2. Stichproben bei endlichen Grundgesamtheiten .....	162
14.3. Stichprobenwerte als Realisierungen von Zufallsvariablen (unabhängige Zufallsstichproben) .....	165

<b>15. Parameterschätzung</b> .....	167
15.1. Schätzwerte für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit .....	168
15.2. Schätzwerte für den relativen Anteil in einer endlichen Grund- gesamtheit (Qualitätskontrolle) .....	170
15.3. Schätzwerte für einen unbekanntem Erwartungswert .....	171
15.4. Schätzwerte für eine unbekannte Varianz .....	172
<b>16. Vertrauensintervalle (Konfidenzintervalle)</b> .....	175
16.1. Vertrauensintervalle für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit $p$ ..	178
16.2. Vertrauensintervalle für einen unbekanntem Erwartungswert ....	183
16.2.1. Vertrauensintervalle für $\mu$ bei bekannter Varianz $\sigma^2$ .....	183
16.2.2. Vertrauensintervalle für $\mu$ bei unbekannter Varianz .....	186
16.3. Vertrauensintervalle für die Varianz $\sigma^2$ bzw. die Standard- abweichung $\sigma$ .....	187
16.4. Einseitige Vertrauensintervalle .....	189
<b>17. Test eines Parameters (Signifikanztest)</b> .....	192
17.1. Ein Beispiel zur Begriffsbildung (Qualitätskontrolle) .....	192
17.2. Allgemeine Parametertests .....	196
17.3. Test einer unbekanntem Wahrscheinlichkeit $p = P(A)$ .....	198
17.4. Test eines unbekanntem Erwartungswertes $\mu$ .....	204
17.4.1. Test bei bekannter Varianz $\sigma^2$ der Zufallsvariablen $X$ .....	204
17.4.2. Test bei unbekannter Varianz $\sigma^2$ der Zufallsvariablen $X$ .....	206
17.5. Test einer unbekanntem Varianz $\sigma^2$ (Standardabweichung $\sigma$ ) ....	207
<b>18. Vergleich der Parameter zweier Verteilungen (Grundgesamtheiten)</b> .....	209
18.1. Test auf Gleichheit zweier Parameter .....	209
18.2. Test auf eine bestimmte Differenz zweier Parameter .....	210
18.3. Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten (Binomialverteilungen) ...	210
18.4. Vertrauensintervalle für die Differenz zweier Wahrscheinlichkeiten	213
18.5. Vergleich zweier Erwartungswerte. Vergleich zweier Messreihen (zweier Stichproben) .....	214
18.5.1. Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben (Vergleich zweier abhängiger Messreihen) .....	214
1. Test der Differenz zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben .....	215
2. Vertrauensintervalle für die Differenz zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben .....	217
18.5.2. Vergleich zweier Erwartungswerte bei nichtverbundenen Stichproben (Vergleich zweier unabhängiger Messreihen) .....	217
1. Test der Differenz zweier Erwartungswerte bei nichtverbundenen Stichproben .....	218
2. Vertrauensintervalle für die Differenz zweier Erwartungswerte bei nichtverbundenen Stichproben .....	219
<b>19. Der Chi-Quadrat-Anpassungstest</b> .....	220
19.1. Test auf vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten .....	220
19.2. Test auf Gleichheit aller Wahrscheinlichkeiten .....	222
19.3. Test einer Verteilungsfunktion .....	224

<b>20. Die Vierfelder-Tafel (Unabhängigkeitstest)</b> .....	226
<b>Anhang: Tabellen</b> .....	228
<b>Register</b> .....	234