

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbereitungen	1
1.1	Zufallszahlengeneratoren	2
1.2	Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundbegriffe	4
1.3	Zufallszahlen und gleichverteilte Zufallsvariablen	8
	Aufgaben	10
2	Algorithmen, Fehler und Kosten	13
2.1	Was ist ein Algorithmus?	14
2.2	Fehler und Kosten einer Monte Carlo-Methode	16
2.3	Ein Zählproblem	20
	Aufgaben	24
3	Das Verfahren der direkten Simulation	27
3.1	Direkte Simulation	28
3.2	Erste Beispiele	30
3.2.1	Die Berechnung von π	31
3.2.2	Numerische Integration	32
3.2.3	Eigenschaften von zufälligen Polyedern	35
3.2.4	Chancen bei Patience-Spielen	37
3.2.5	Die Bewertung von Finanzderivaten	38
3.2.6	Ein Ruinproblem	42
3.3	Grenzwertsätze der Stochastik	42
3.3.1	Das starke Gesetz der großen Zahlen	43
3.3.2	Der zentrale Grenzwertsatz	48
3.4	Die Hoeffding-Ungleichung	53
3.5	Varianzschätzung und Konfidenzintervalle	56
3.6	Stoppszeiten und Unabhängigkeit	63
	Aufgaben	70

4	Simulation von Verteilungen	75
4.1	Die Inversionsmethode	76
4.2	Durchgang von Neutronen durch Materie	79
4.3	Die Verwerfungsmethode	87
4.4	Simulation von Normalverteilungen	92
4.5	Simulation stochastischer Prozesse	96
4.5.1	Zeit-diskrete Markov-Prozesse	97
4.5.2	Die Brownsche Bewegung und der Poisson-Prozeß	101
4.5.3	Bewertung von Optionen im Black-Scholes-Modell	110
4.5.4	Ruinwahrscheinlichkeiten im Cramér-Lundberg-Modell	114
4.5.5	Der sphärische Prozeß und das Dirichlet-Problem	116
	Aufgaben	127
5	Varianzreduktion	133
5.1	Antithetic Sampling	134
5.2	Control Variates	139
5.3	Stratified Sampling	146
5.4	Importance Sampling	155
5.5	Varianzreduktion zur Verbesserung der Konvergenzordnung	166
	Aufgaben	173
6	Die Markov Chain Monte Carlo-Methode	179
6.1	Die Grenzen der direkten Simulation	180
6.2	Endliche Markov-Ketten	188
6.2.1	Grundbegriffe	188
6.2.2	Grenzwertsätze	202
6.3	Markov Chain Monte Carlo-Algorithmen	207
6.4	Ausblick	216
6.4.1	Schnelle Mischung	216
6.4.2	Fehlerschranken und Aufwärmzeit	219
6.4.3	Schnelle Mischung beim Ising-Modell	222
6.4.4	Perfekte Simulation	226
6.4.5	Markov-Ketten auf konvexen Körpern	236
	Aufgaben	239
7	Numerische Integration	245
7.1	Deterministische Algorithmen	247
7.1.1	Grundbegriffe	247
7.1.2	Untere Schranken für minimale Fehler	254
7.1.3	Multivariate polynomiale Interpolation	260
7.1.4	Asymptotisch optimale Algorithmen für F_d^r	267
7.1.5	Optimalität von Quadraturformeln	270
7.2	Randomisierte Algorithmen	273
7.2.1	Grundbegriffe	274
7.2.2	Untere Schranken für minimale Fehler	278

7.2.3	Asymptotisch optimale Algorithmen für F_d^r	285
7.3	Unendlich-dimensionale Integration	287
7.4	Ausblick	297
7.4.1	Funktionen mit beschränkten gemischten Ableitungen	298
7.4.2	Tractability und der Fluch der Dimension	299
7.4.3	Zur Überlegenheit randomisierter Algorithmen	302
7.4.4	Average Case-Analyse	303
7.4.5	Stochastische Multilevel-Verfahren	304
	Aufgaben	307
	Literaturverzeichnis	311
	Symbolverzeichnis	319
	Sachverzeichnis	321