

Inhalt

1	Einführung	6
1.1	Vorwort	6
1.2	Hinweise zum Lesen.....	8
1.3	Schreibweisen, Bilder	10
2	Mathematische Grundlagen.....	12
2.1	Lokal-global Transformation	12
2.2	Lineare Gleichungssysteme	16
	2.2.1 Zwischeneliminierung	16
	2.2.2 Direkte Lösungsverfahren	18
	2.2.3 Iterative Lösungsverfahren.....	24
	2.2.4 Numerischer Vergleich der Effektivität.....	26
	2.2.5 Beispiele	27
2.3	Konstruktion von Lagrange'schen Polynomen.....	30
	2.3.1 Eindimensionale Polynome	31
	2.3.2 Zweidimensionale Polynome in orthogonalen Koordinaten	35
	2.3.3 Dreidimensionale Polynome in orthogonalen Koordinaten	37
	2.3.4 Zweidimensionale Polynome in Dreieckskordinaten	39
	2.3.5 Dreidimensionale Polynome in Tetraederkoordinaten	41
	2.3.6 Zusammenfassung und Serendipity-Funktionen	42
2.4	Angepasste Koordinatensysteme	43
	2.4.1 Streckenkoordinaten.....	43
	2.4.2 Viereckkoordinaten	46
	2.4.3 Hexaederkoordinaten	52
	2.4.4 Dreieckkoordinaten.....	55
	2.4.5 Tetraederkoordinaten	63
	2.4.6 Pentaederkoordinaten	68
	2.4.7 Zusammenfassung	69
2.5	Numerische Integration.....	70
	2.5.1 Ein- und mehrdimensionale Integrationsbereiche.....	70

2.5.2	Dreieckiger Integrationsbereich	73
2.5.3	Tetraeder Integrationsbereich	75
3	Grundlagen der Technischen Mechanik	76
3.1	Einteilung der Tragwerke	76
3.2	Verschiebungs-Verzerrungs-Beziehung, Materialgesetz und Gleichgewicht ...	83
3.3	Das Gebiet und der Rand eines Tragwerks, Randbedingungen	83
3.4	Koordinatensysteme, Vorzeichenregeln und Indizes	86
3.5	Verzerrungen	89
3.5.1	Der einachsige Verzerrungszustand	90
3.5.2	Der zweiachsige Verzerrungszustand	91
3.5.3	Der dreiachsige Verzerrungszustand	93
3.6	Spannungen	94
3.6.1	Der einachsige Spannungszustand	95
3.6.2	Der zweiachsige Spannungszustand	98
3.6.3	Der dreiachsige Spannungszustand	102
3.6.4	Vergleichsspannungen	103
3.7	Das elastische Materialgesetz	103
3.7.1	Das einachsige Materialgesetz	104
3.7.2	Das zweiachsige Materialgesetz	104
3.7.3	Das dreiachsige Materialgesetz	106
3.8	Tragwerke mit reinen Verschiebungsfreiheitsgraden	107
3.8.1	Stab	107
3.8.2	Die Scheibe	116
3.8.3	Das Volumen	122
3.8.4	Zusammenfassung	127
3.9	Tragwerke mit Verschiebungs- und Verdrehungsfreiheitsgraden	129
3.9.1	Der schubstarre Balken	129
3.9.2	Der schubweiche Balken	139
3.9.3	Die schubstarre Platte	144
3.9.4	Die schubweiche Platte	149
3.9.5	Zusammenfassung	152

3.10	Die Diskretisierung der Tragwerke.....	154
3.11	Grenzen einer linearen Theorie.....	155
3.11.1	Verschiebungs-Verzerrungs-Beziehungen.....	156
3.11.2	Materialgesetz.....	159
3.11.3	Gleichgewichtsbedingungen.....	162
3.11.4	Folgerungen.....	165
4	Grundzüge einer FEM-Berechnung.....	166
4.1	1. Schritt: Zerlegung des Tragwerks in finite Elemente.....	167
4.2	2. Schritt: Die Behandlung des einzelnen Elements.....	169
4.3	3. Schritt: Übergangsbedingungen.....	172
4.4	4. Schritt: Knotengleichgewicht und Tragwerksverschiebungen.....	179
4.5	5. Schritt: Elementverschiebungen, Schnittkräfte und Lagerkräfte.....	179
4.6	Überlegungen zur Elementsteifigkeitsmatrix.....	180
4.7	Überlegungen zur Tragwerkssteifigkeitsmatrix.....	182
4.8	Effektive Speicherform der Tragwerkssteifigkeitsmatrix.....	183
4.9	Beispiel.....	186
5	Finite Elemente mit Verschiebungsfreiheitsgraden.....	192
5.1	Stabelemente.....	193
5.1.1	Stabelement mit 2 Knoten, Lösung der Differentialgleichung.....	193
5.1.2	Stabelement mit 2 Knoten, Anwendung des P.d.v.V.....	199
5.1.3	Stabelement mit 3 bzw. 4 Knoten.....	203
5.1.4	Stabelement mit nicht konstantem Querschnitt.....	208
5.2	Federelemente.....	212
5.2.1	Federelement als Richtungsfeder.....	212
5.2.2	Federelement als Freiheitsgradfeder.....	213
5.3	Ein allgemeines parametrisiertes Element.....	215
5.4	Scheibenelemente.....	225
5.4.1	Dreieckelement mit 3 Knoten.....	226
5.4.2	Dreieckelement mit 6 Knoten.....	231
5.4.3	Viereckelement mit 4 Knoten.....	234
5.4.4	Viereckelement mit 8 Knoten.....	237

5.5	Volumenelemente	239
5.5.1	Hexaederelement mit 8 Knoten	240
5.5.2	Hexaederelement mit 20 Knoten	242
5.5.3	Tetraederelement mit 4 Knoten	243
5.5.4	Tetraederelement mit 10 Knoten	244
5.5.5	Pentaederelemente mit 6 und 15 Knoten.....	245
6	Finite Elemente mit Verschiebungs- und Verdrehungsfreiheitsgraden.....	246
6.1	Schubstarre Balken-Elemente	247
6.1.1	Balkenelement, Lösung der Differentialgleichung.....	247
6.1.2	Balkenelement, Anwendung des P.d.v.V.....	252
6.1.3	Balkenelemente mit Gelenken, Lösung der Differentialgleichung.....	256
6.1.4	Balkenelement mit Gelenken, Zwischeneliminierung.....	260
6.1.5	Balkenelement mit nicht konstantem Querschnitt.....	262
6.2	Schubweiche Balkenelemente.....	268
6.2.1	Balkenelement, Lösung der Differentialgleichung.....	268
6.2.2	Balkenelement, Anwendung des P.d.v.V.....	275
6.2.3	Balkenelemente mit Gelenken, Lösung der Dgl.....	276
6.3	Schubstarre Plattenelemente.....	278
6.3.1	Ein inkompatibles 3-Knoten-Element.....	280
6.3.2	Das DKT 3-Knoten-Element	284
6.4	Schubweiche Plattenelemente.....	287
6.4.1	Das Mindlin 6-Knoten-Element	288
6.4.2	Das Mindlin 8-Knoten-Element	291
7	Lasten	295
7.1	Einzellasten	295
7.2	Linienlasten für Stäbe, Scheiben und Volumen	298
7.3	Flächenlasten für Scheiben und Volumen	301
8	Besonderheiten.....	302
8.1	Symmetrie und Antimetrie.....	302
8.2	Schiefe Randbedingungen.....	310
8.3	Fehlersuche, Modellqualität	317

9 Netzgenerierung	322
9.1 Triangulierung von Punktmengen	324
9.2 Rand und Randknoten	327
9.3 Innenknoten	328
9.3.1 Einflussbereiche von Randkurven	330
9.3.2 Erweiterte Einflussbereiche	332
9.3.3 Einflussbereiche von Steuerkurven	334
9.4 Geometrische Optimierung von Netzen	335
9.5 Bandbreitenoptimierung von Netzen	339
10 Anwendungsbeispiele	346
10.1 Die Neckarbrücke bei Wernau	346
10.2 Halle in Stahlbauweise	348
10.3 Deckenplatte mit Durchbruch	350
10.4 Fassadenkonstruktion	352
10.5 Umlenkhebel	353
10.6 Bildröhre	356
10.7 Zahnrad	357
11 Testbeispiele	359
11.1 Schubstarre Balken mit konstantem Querschnitt	360
11.2 Stäbe und schubstarre Balken mit veränderlichem Querschnitt	362
11.3 Schubweiche Balken	366
11.4 Scheiben	367
11.5 Platten	375
11.5.1 Das DKT-Element	377
11.5.2 Das Mindlin-Element mit 6 Knoten	379
11.5.3 Das Mindlin-Element mit 8 Knoten	381
11.5.4 Gegenüberstellungen	385
11.6 Volumen	387
Literaturverzeichnis	391
Index	396