

Inhaltsverzeichnis

Diskrete Mathematik und lineare Algebra	5
1 Mengen und Abbildungen	6
1.1 Mengenlehre	6
1.2 Relationen	13
1.3 Abbildungen	18
1.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	26
2 Logik	28
2.1 Aussagen und Aussagevariablen	28
2.2 Beweisprinzipien	39
2.3 Die Prädikatenlogik	42
2.4 Logik und Testen von Programmen	46
2.5 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	49
3 Natürliche Zahlen, vollständige Induktion, Rekursion	50
3.1 Die Axiome der natürlichen Zahlen	50
3.2 Die vollständige Induktion	51
3.3 Rekursive Funktionen	56
3.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	64
4 Etwas Zahlentheorie	66
4.1 Kombinatorik	66
4.2 Teilbarkeit und Euklid'scher Algorithmus	71
4.3 Restklassen	76
4.4 Hashing	78
4.5 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	82
5 Algebraische Strukturen	84
5.1 Gruppen	85
5.2 Ringe	90
5.3 Körper	93
5.4 Polynomdivision	100
5.5 Homomorphismen	105
5.6 Kryptographie	108
5.7 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	118
6 Vektorräume	120
6.1 Die Vektorräume \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 und \mathbb{R}^n	120
6.2 Vektorräume	123
6.3 Lineare Abbildungen	126
6.4 Lineare Unabhängigkeit	130
6.5 Basis und Dimension von Vektorräumen	133
6.6 Koordinaten und lineare Abbildungen	137
6.7 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	143
7 Matrizen	145
7.1 Matrizen und lineare Abbildungen im \mathbb{R}^2	145
7.2 Matrizen und lineare Abbildungen von $K^n \rightarrow K^m$	151

7.3 Der Rang einer Matrix	157
7.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	162
8 Gauß'scher Algorithmus und lineare Gleichungssysteme	164
8.1 Der Gauß'sche Algorithmus	164
8.2 Berechnung der Inversen einer Matrix	169
8.3 Lineare Gleichungssysteme	170
8.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	178
9 Eigenwerte, Eigenvektoren und Basistransformationen	180
9.1 Determinanten	180
9.2 Eigenwerte und Eigenvektoren	187
9.3 Basistransformationen	194
9.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	203
10 Skalarprodukt und orthogonale Abbildungen	205
10.1 Skalarprodukt	205
10.2 Orthogonale Abbildungen	210
10.3 Homogene Koordinaten	215
10.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	223
11 Graphentheorie	225
11.1 Grundbegriffe der Graphentheorie	225
11.2 Bäume	229
11.3 Durchlaufen von Graphen	238
11.4 Gerichtete Graphen	242
11.5 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	248
Analysis	251
12 Die reellen Zahlen	252
12.1 Die Axiome der reellen Zahlen	252
12.2 Topologie	257
12.3 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	263
13 Folgen und Reihen	265
13.1 Zahlenfolgen	265
13.2 Reihen	275
13.3 Darstellung reeller Zahlen in Zahlensystemen	281
13.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	286
14 Stetige Funktionen	288
14.1 Stetigkeit	288
14.2 Elementare Funktionen	294
14.3 Eigenschaften stetiger Funktionen	302
14.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	311
15 Differenzialrechnung	313
15.1 Differenzierbare Funktionen	313
15.2 Potenzreihen	329
15.3 Taylorreihen	332
15.4 Differenzialrechnung von Funktionen mehrerer Veränderlicher	339
15.5 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	344

16 Integralrechnung	346
16.1 Das Integral stückweise stetiger Funktionen	346
16.2 Integralanwendungen	357
16.3 Fourierreihen	362
16.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	371
17 Differenzialgleichungen	373
17.1 Was sind Differenzialgleichungen?	373
17.2 Differenzialgleichungen erster Ordnung	377
17.3 Lineare Differenzialgleichungen n -ter Ordnung	381
17.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	388
18 Numerische Verfahren	389
18.1 Probleme numerischer Berechnungen	389
18.2 Nichtlineare Gleichungen	394
18.3 Splines	398
18.4 Numerische Integration	404
18.5 Numerische Lösung von Differenzialgleichungen	407
18.6 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	410
Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik	413
19 Wahrscheinlichkeitsräume	414
19.1 Fragestellungen der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	414
19.2 Der Wahrscheinlichkeitsbegriff	420
19.3 Bedingte Wahrscheinlichkeit und unabhängige Ereignisse	426
19.4 Bernoulliexperimente und Urnenexperimente	431
19.5 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	435
20 Zufallsvariable	437
20.1 Zufallsvariable und Verteilungsfunktionen	437
20.2 Erwartungswert und Varianz von Zufallsvariablen	445
20.3 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	456
21 Wichtige Verteilungen	458
21.1 Diskrete Verteilungen	458
21.2 Die Poisson-Verteilung und der Poisson-Prozess	465
21.3 Stetige Verteilungen, die Normalverteilung	465
21.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	484
22 Statistische Verfahren	486
22.1 Parameterschätzung	486
22.2 Konfidenzintervalle	492
22.3 Hypothesentest	497
22.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	508
23 Anhang	510
Die Standardnormalverteilung	510
Das griechische Alphabet	511
Literaturverzeichnis	512
Index	514