

# Inhaltsverzeichnis

<b>Diskrete Mathematik und lineare Algebra</b>	<b>5</b>
<b>1 Mengen und Abbildungen</b>	<b>6</b>
1.1 Mengenlehre	6
1.2 Relationen	13
1.3 Abbildungen	18
1.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	26
<b>2 Logik</b>	<b>28</b>
2.1 Aussagen und Aussagevariablen	28
2.2 Beweisprinzipien	39
2.3 Die Prädikatenlogik	42
2.4 Logik und Testen von Programmen	46
2.5 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	49
<b>3 Natürliche Zahlen, vollständige Induktion, Rekursion</b>	<b>50</b>
3.1 Die Axiome der natürlichen Zahlen	50
3.2 Die vollständige Induktion	51
3.3 Rekursive Funktionen	56
3.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	64
<b>4 Etwas Zahlentheorie</b>	<b>66</b>
4.1 Kombinatorik	66
4.2 Teilbarkeit und Euklid'scher Algorithmus	71
4.3 Restklassen	76
4.4 Hashing	78
4.5 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	82
<b>5 Algebraische Strukturen</b>	<b>84</b>
5.1 Gruppen	85
5.2 Ringe	90
5.3 Körper	93
5.4 Polynomdivision	100
5.5 Homomorphismen	105
5.6 Kryptographie	108
5.7 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	118
<b>6 Vektorräume</b>	<b>120</b>
6.1 Die Vektorräume $\mathbb{R}^2$ , $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}^n$	120
6.2 Vektorräume	123
6.3 Lineare Abbildungen	126
6.4 Lineare Unabhängigkeit	130
6.5 Basis und Dimension von Vektorräumen	133
6.6 Koordinaten und lineare Abbildungen	137
6.7 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	143
<b>7 Matrizen</b>	<b>145</b>
7.1 Matrizen und lineare Abbildungen im $\mathbb{R}^2$	145
7.2 Matrizen und lineare Abbildungen von $K^n \rightarrow K^m$	151

7.3 Der Rang einer Matrix	157
7.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	162
<b>8 Gauß'scher Algorithmus und lineare Gleichungssysteme</b>	<b>164</b>
8.1 Der Gauß'sche Algorithmus	164
8.2 Berechnung der Inversen einer Matrix	169
8.3 Lineare Gleichungssysteme	170
8.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	178
<b>9 Eigenwerte, Eigenvektoren und Basistransformationen</b>	<b>180</b>
9.1 Determinanten	180
9.2 Eigenwerte und Eigenvektoren	187
9.3 Basistransformationen	194
9.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	203
<b>10 Skalarprodukt und orthogonale Abbildungen</b>	<b>205</b>
10.1 Skalarprodukt	205
10.2 Orthogonale Abbildungen	210
10.3 Homogene Koordinaten	215
10.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	223
<b>11 Graphentheorie</b>	<b>225</b>
11.1 Grundbegriffe der Graphentheorie	225
11.2 Bäume	229
11.3 Durchlaufen von Graphen	238
11.4 Gerichtete Graphen	242
11.5 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	248
<b>Analysis</b>	<b>251</b>
<b>12 Die reellen Zahlen</b>	<b>252</b>
12.1 Die Axiome der reellen Zahlen	252
12.2 Topologie	257
12.3 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	263
<b>13 Folgen und Reihen</b>	<b>265</b>
13.1 Zahlenfolgen	265
13.2 Reihen	275
13.3 Darstellung reeller Zahlen in Zahlensystemen	281
13.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	286
<b>14 Stetige Funktionen</b>	<b>288</b>
14.1 Stetigkeit	288
14.2 Elementare Funktionen	294
14.3 Eigenschaften stetiger Funktionen	302
14.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	311
<b>15 Differenzialrechnung</b>	<b>313</b>
15.1 Differenzierbare Funktionen	313
15.2 Potenzreihen	329
15.3 Taylorreihen	332
15.4 Differenzialrechnung von Funktionen mehrerer Veränderlicher	339
15.5 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	344

<b>16 Integralrechnung</b>	<b>346</b>
16.1 Das Integral stückweise stetiger Funktionen	346
16.2 Integralanwendungen	357
16.3 Fourierreihen	362
16.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	371
<b>17 Differenzialgleichungen</b>	<b>373</b>
17.1 Was sind Differenzialgleichungen?	373
17.2 Differenzialgleichungen erster Ordnung	377
17.3 Lineare Differenzialgleichungen $n$ -ter Ordnung	381
17.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	388
<b>18 Numerische Verfahren</b>	<b>389</b>
18.1 Probleme numerischer Berechnungen	389
18.2 Nichtlineare Gleichungen	394
18.3 Splines	398
18.4 Numerische Integration	404
18.5 Numerische Lösung von Differenzialgleichungen	407
18.6 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	410
<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik</b>	<b>413</b>
<b>19 Wahrscheinlichkeitsräume</b>	<b>414</b>
19.1 Fragestellungen der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	414
19.2 Der Wahrscheinlichkeitsbegriff	420
19.3 Bedingte Wahrscheinlichkeit und unabhängige Ereignisse	426
19.4 Bernoulliexperimente und Urnenexperimente	431
19.5 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	435
<b>20 Zufallsvariable</b>	<b>437</b>
20.1 Zufallsvariable und Verteilungsfunktionen	437
20.2 Erwartungswert und Varianz von Zufallsvariablen	445
20.3 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	456
<b>21 Wichtige Verteilungen</b>	<b>458</b>
21.1 Diskrete Verteilungen	458
21.2 Die Poisson-Verteilung und der Poisson-Prozess	465
21.3 Stetige Verteilungen, die Normalverteilung	465
21.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	484
<b>22 Statistische Verfahren</b>	<b>486</b>
22.1 Parameterschätzung	486
22.2 Konfidenzintervalle	492
22.3 Hypothesentest	497
22.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben	508
<b>23 Anhang</b>	<b>510</b>
Die Standardnormalverteilung	510
Das griechische Alphabet	511
Literaturverzeichnis	512
Index	514