

Inhaltsverzeichnis

1	Statistische Daten	1
1.1	Erhebungen	1
1.1.1	Problemstellung	1
1.1.2	Begriffsbildungen	1
1.2	Statistische Variablen	3
1.2.1	Begriffsbildungen	3
1.2.2	Klassifikationen	5
1.2.3	Transformationen	7
1.3	Die Datenmatrix	8
1.4	Aufgaben	9
2	Darstellung univariater Datensätze	11
2.1	Häufigkeitsverteilungen diskreter Variablen	11
2.1.1	Problemstellung	11
2.1.2	Häufigkeiten	12
2.1.3	Grafische Darstellungen	13
2.2	Häufigkeitsverteilungen stetiger Variablen	15
2.2.1	Problemstellung	15
2.2.2	Geordneter Datensatz	16
2.2.3	Stemleaf-Diagramm	17
2.2.4	Häufigkeitstabelle	18
2.2.5	Das Histogramm	20
2.3	Die empirische Verteilungsfunktion	22
2.3.1	Einführendes Beispiel	22
2.3.2	Empirische Verteilungsfunktion	22
2.3.3	Klassierte Daten	24
2.4	Quantile	26
2.4.1	Problemstellung	26
2.4.2	Bestimmung der Quantile	27
2.4.3	Spezielle Quantile	29
2.4.4	Quantildiagramme	30
2.4.5	5-Zahlen-Zusammenfassung	32
2.4.6	Box-Plots	33
2.5	Aufgaben	35

3	Maßzahlen für univariate Datensätze	39
3.1	Maßzahlen der Lage	39
3.1.1	Erfassung des Niveaus	39
3.1.2	Der Median	40
3.1.3	Das arithmetische Mittel	41
3.1.4	Berechnung des arithmetischen Mittels	42
3.1.5	Eigenschaften des arithmetischen Mittels	44
3.1.6	Weitere Maßzahlen der Lage	48
3.2	Streuungsmaße	50
3.2.1	Problemstellung	50
3.2.2	Durchschnittliche Abweichung und Standardabweichung	51
3.2.3	Varianz	54
3.2.4	Weitere Streuungsmaßzahlen	57
3.2.5	Stabilisierung der Streuung	58
3.3	Schiefe empirischer Verteilungen	61
3.3.1	Einführendes Beispiel	61
3.3.2	Maßzahlen der Schiefe	62
3.3.3	Transformation zur Symmetrisierung	65
3.4	Konzentrationsmessung	70
3.4.1	Problemstellung	70
3.4.2	Maße der absoluten Konzentration	70
3.4.3	Relative Konzentration	73
3.5	Aufgaben	77
4	Multivariate Datensätze	81
4.1	Darstellung multivariater diskreter Datensätze	81
4.1.1	Problemstellung	81
4.1.2	Bivariate Kontingenztafeln	82
4.1.3	Bedingte relative Häufigkeiten	83
4.1.4	Mehrdimensionale Kontingenztafeln	84
4.2	Darstellung bivariater stetiger Datensätze	85
4.2.1	Streudiagramm	85
4.2.2	Konvexe Hüllen	86
4.2.3	Grafische Darstellung der bivariaten Häufigkeitsverteilung	87
4.3	Mehrdimensionale Daten	88
4.4	Maßzahlen des Zusammenhangs	90
4.4.1	Problemstellung	91
4.4.2	Die Kovarianz	92
4.4.3	Der Korrelationskoeffizient von Bravais-Pearson	95
4.4.4	Der Rangkorrelationskoeffizient von Spearman	98
4.4.5	Der Phi-Koeffizient	99

4.5	Elementare Regressionsrechnung	101
4.5.1	Problemstellung	102
4.5.2	Bestimmung der Regressionsgeraden	103
4.5.3	Das Bestimmtheitsmaß	106
4.6	Aufgaben	109
5	Indexzahlen und Zeitreihenanalyse	113
5.1	Indexzahlen	113
5.1.1	Messziffern	114
5.1.2	Indizes	116
5.1.3	Rechnen mit Indizes	120
5.2	Elementare Zeitreihenanalyse	122
5.2.1	Trendbestimmung	123
5.2.2	Saisonbereinigung	127
5.3	Aufgaben	130
6	Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	133
6.1	Zufallsexperimente und Ereignisse	133
6.1.1	Zufallsexperimente	133
6.1.2	Ereignisse	135
6.2	Wahrscheinlichkeiten	139
6.2.1	Chancen von Ereignissen	139
6.2.2	Häufigkeiten von Ereignissen	140
6.3	Statistische Wahrscheinlichkeit	141
6.3.1	Axiome von Kolmogorov	143
6.3.2	Das Gleichmöglichkeitsmodell	145
6.3.3	Zufallsauswahlen aus endlichen Grundgesamtheiten	147
6.4	Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit	151
6.4.1	Bedingte Wahrscheinlichkeit	151
6.4.2	Unabhängigkeit	155
6.5	Zufallsvariablen	157
6.5.1	Einführendes Beispiel	158
6.5.2	Zufallsvariablen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen	158
6.5.3	Verteilungsfunktion	160
6.6	Aufgaben	162
7	Diskrete Verteilungen	165
7.1	Diskrete Zufallsvariablen	165
7.1.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion	165
7.1.2	Bestimmung eines Verteilungsmodells	166
7.1.3	Verteilungsfunktion	168

7.2	Maßzahlen diskreter Verteilungen	170
7.2.1	Erwartungswert diskreter Zufallsvariablen	170
7.2.2	Varianz diskreter Zufallsvariablen	173
7.3	Multivariate diskrete Zufallsvariablen.....	176
7.3.1	Kovarianz und Korrelation	179
7.4	Aufgaben	181
8	Diskrete Verteilungsmodelle	185
8.1	Die hypergeometrische Verteilung	186
8.2	Die Binomialverteilung	188
8.2.1	Einführendes Beispiel	188
8.2.2	Herleitung der Verteilung	189
8.2.3	Eigenschaften	191
8.2.4	Anpassung an empirische Verteilungen	193
8.2.5	Die Multinomialverteilung	193
8.3	Die Poisson-Verteilung	194
8.3.1	Problemstellung	194
8.3.2	Ableitung und Eigenschaften	195
8.3.3	Anpassung an empirische Verteilungen	196
8.4	Die geometrische Verteilung	198
8.4.1	Einführendes Beispiel	198
8.4.2	Ableitung und Eigenschaften	198
8.5	Die negative Binomialverteilung	200
8.5.1	Ableitung und Eigenschaften	200
8.5.2	Anpassung an empirische Verteilungen	202
8.6	Zur Auswahl eines diskreten Verteilungsmodells	203
8.6.1	Einführendes Beispiel	203
8.6.2	Das Auswahldiagramm.....	204
8.7	Aufgaben	207
9	Stetige Verteilungen	211
9.1	Grundlagen	211
9.1.1	Einführendes Beispiel	211
9.1.2	Stetige Verteilungsfunktionen	212
9.1.3	Dichtefunktion	213
9.1.4	Theoretische Quantile.....	216
9.2	Maßzahlen stetiger Verteilungen	221
9.2.1	Maßzahlen der Lage	221
9.2.2	Die Varianz	223
9.2.3	Schiefe.....	224

9.3	Multivariate stetige Verteilungen	227
9.4	Aufgaben	230
10	Stetige Verteilungsmodelle	233
10.1	Stetige Gleichverteilung	233
10.2	Die Pareto-Verteilung	235
10.2.1	Anpassung an empirische Verteilungen	235
10.3	Die Exponentialverteilung	238
10.3.1	Ableitung und Eigenschaften	238
10.3.2	Anpassung an empirische Verteilungen	240
10.4	Die Laplace-Verteilung	242
10.5	Die Gammaverteilung	244
10.6	Aufgaben	247
11	Die Normalverteilung	249
11.1	Grundlagen	249
11.1.1	Problemstellung	249
11.1.2	Definition und Bedeutung der Parameter	250
11.1.3	Eigenschaften	251
11.1.4	Anpassung an empirische Verteilungen	254
11.2	Approximation von Verteilungen	258
11.2.1	Problemstellung	258
11.2.2	Der zentrale Grenzwertsatz	258
11.2.3	Approximation der Binomialverteilung	260
11.2.4	Approximation der Poisson-Verteilung	262
11.3	Die logarithmische Normalverteilung	263
11.3.1	Problemstellung	263
11.3.2	Definition und Eigenschaften	264
11.3.3	Anpassung an empirische Verteilungen	265
11.4	Die bivariate Normalverteilung	266
11.4.1	Problemstellung	266
11.4.2	Ableitung und Eigenschaften	267
11.4.3	Anpassung an empirische Verteilungen	269
11.5	Aufgaben	271
12	Stichprobenfunktionen	275
12.1	Grundlagen	275
12.1.1	Einführendes Beispiel	275
12.1.2	Begriffsfestlegung	276
12.2	Spezielle Stichprobenfunktionen	278
12.2.1	Das arithmetische Mittel	278

12.2.2	Die relative Häufigkeit.....	280
12.2.3	Die empirische Verteilungsfunktion.....	282
12.2.4	Monte-Carlo-Simulation.....	282
12.3	Aufgaben.....	284
13	Schätzen von Parametern	285
13.1	Schätzfunktionen und ihre Eigenschaften.....	285
13.1.1	Problemstellung.....	285
13.1.2	Schätzfunktionen.....	286
13.1.3	Mittlerer quadratischer Fehler.....	287
13.1.4	Erwartungstreue.....	290
13.1.5	Konsistenz.....	293
13.1.6	Robustheit.....	294
13.1.7	Standardfehler.....	296
13.2	Schätzmethoden.....	299
13.2.1	Problemstellung.....	299
13.2.2	Momentenmethode.....	299
13.2.3	Maximum-Likelihood-Methode.....	300
13.2.4	Bestimmung des Maximums von $L(\theta)$	304
13.3	Aufgaben.....	307
14	Konfidenzintervalle	311
14.1	Problemstellung.....	311
14.2	Allgemeine Definition eines Konfidenzintervalles.....	312
14.3	Konfidenzintervalle für Maßzahlen der Lage.....	316
14.3.1	Konfidenzintervall für μ bei Normalverteilung mit unbekanntem σ^2	316
14.3.2	Approximative Konfidenzintervalle für den Erwartungswert.....	318
14.3.3	Konfidenzintervall für den Median.....	321
14.4	Konfidenzintervalle für Maßzahlen der Streuung.....	323
14.4.1	Konfidenzintervall für σ^2 bei Normalverteilung.....	324
14.4.2	Konfidenzintervalle für zwei Quartile.....	326
14.5	Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten und Anteile.....	328
14.5.1	Problemstellung.....	328
14.5.2	Approximatives Konfidenzintervall für eine Wahrscheinlichkeit.....	328
14.5.3	Approximatives Konfidenzintervall für einen Anteil.....	330
14.5.4	Länge der Konfidenzintervalle für p	331
14.6	Aufgaben.....	332
15	Testen von Hypothesen	335
15.1	Reine Signifikanztests.....	335
15.1.1	Problemstellung.....	335

15.1.2	Tests auf der Basis von Konfidenzintervallen	335
15.1.3	Tests auf der Basis von Prüfgrößen	336
15.1.4	Der P -Wert	339
15.2	Die Elemente der klassischen Testtheorie	340
15.2.1	Problemstellung	340
15.2.2	Formen von Hypothesen	340
15.2.3	Fehlerarten	342
15.2.4	Die Gütefunktion	343
15.3	Aufgaben	346
16	Spezielle Parametertests	349
16.1	Einstichprobentests	349
16.1.1	Tests auf μ bei Normalverteilung	349
16.1.2	Approximative Tests auf μ	350
16.1.3	Test auf $\tilde{\mu}$ bei symmetrischen Verteilungen	351
16.1.4	Test auf $\tilde{\mu}$ bei beliebigen stetigen Verteilungen	353
16.1.5	Test auf σ^2 bei Normalverteilung	355
16.1.6	Test auf eine Wahrscheinlichkeit p	356
16.2	Parametervergleiche bei unabhängigen Stichproben	357
16.2.1	Vergleich von μ_X und μ_Y bei Normalverteilung; σ_X^2 und σ_Y^2 bekannt	358
16.2.2	Vergleich von μ_X und μ_Y ; σ_X^2 und σ_Y^2 unbekannt; Stichproben groß	358
16.2.3	Vergleich von μ_X und μ_Y bei Normalverteilung; σ_X^2 und σ_Y^2 unbekannt; Stichproben klein	360
16.2.4	Vergleich von $\tilde{\mu}_X$ und $\tilde{\mu}_Y$	361
16.2.5	Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten	363
16.3	Aufgaben	364
17	Varianzanalyse	369
17.1	Einfache Varianzanalyse	369
17.1.1	Einführendes Beispiel	369
17.1.2	Das Modell	370
17.1.3	Der Test bei Normalverteilung	371
17.1.4	Multiple Vergleiche bei Normalverteilung	374
17.1.5	Ungleiche Streuungen	375
17.1.6	Nicht-normalverteilte Variablen	377
17.2	Zweifache Varianzanalyse	379
17.2.1	Einführendes Beispiel	379
17.2.2	Modell mit Wechselwirkungen	380
17.2.3	Tests bei Normalverteilung	381
17.2.4	Ungleiche Varianzen	384
17.2.5	Nicht-normalverteilte Störungen	386
17.3	Aufgaben	389

18	Anpassungs- und Unabhängigkeitstests	393
18.1	Anpassungstests	393
18.1.1	Problemstellung	393
18.1.2	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest für vollständig spezifizierte Verteilungen... 394	394
18.1.3	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest für Verteilungen mit unbekanntem Parametern	396
18.1.4	Das Chigramm	399
18.1.5	Der Kolmogorov-Smirnov-Test	401
18.1.6	Anpassungstests vom Korrelationstyp	405
18.2	Unabhängigkeitstests	407
18.2.1	Problemstellung	407
18.2.2	Der Chi-Quadrat-Test	409
18.2.3	Tests auf Korrelation	412
18.3	Aufgaben	414
19	Das Regressionsmodell	417
19.1	Das einfache lineare Regressionsmodell	417
19.1.1	Einführende Beispiele	418
19.1.2	Entwicklung des Modells	420
19.2	Schätzen und Testen im einfachen linearen Regressionsmodell	421
19.2.1	Problemstellung	421
19.2.2	Die Kleinst-Quadrate-Schätzfunktion	422
19.2.3	Eigenschaften der KQ-Schätzer	423
19.2.4	Das Regressionsmodell mit normalverteilten Fehlern	425
19.2.5	Konfidenzintervalle und Tests für die Regressionskoeffizienten	427
19.2.6	Konfidenzintervalle und Konfidenzband für die Regressionsgerade	429
19.2.7	Prognoseintervalle	431
19.3	Residuenanalyse	431
19.3.1	Systematische Änderung des Mittels	432
19.3.2	Inhomogenität der Varianz	433
19.3.3	Ausreißer	434
19.3.4	Verletzung der Normalverteilungsannahme	437
19.4	Linearisieren eines Zusammenhanges	439
19.4.1	Problemstellung	439
19.4.2	Transformationen	440
19.5	Das multiple lineare Regressionsmodell	442
19.5.1	Problemstellung	443
19.5.2	Das Modell und seine Schätzung	443
19.5.3	Koeffizientenschätzer bei zwei erklärenden Variablen	444
19.5.4	Interpretation der Koeffizienten	446
19.5.5	Testen der Koeffizienten	447
19.5.6	Beurteilung der multiplen Regression	448
19.5.7	Überprüfung der Modellannahmen	449

19.5.8	Multikollinearität	451
19.6	Aufgaben	453
Lösungen zu den Aufgaben mit ungeraden Nummern		457
Tabellen		489
Literatur		515
Index		521