

Inhalt

Kapitel I. Einleitung	1
1 <i>Was ist Statistik?</i>	2
1.1 Beschreibende Statistik	2
1.2 Theoretische Statistik	3
1.3 Angewandte Statistik	4
1.4 Übungen	4
2 <i>Was ist Wahrscheinlichkeit?</i>	5
2.1 Übungen	5
3 <i>Was ist Stochastik?</i>	6
3.1 Stochastische Größen	6
3.2 Begleitende Beispiele	6
3.3 Zur Geschichte der Stochastik	7
3.4 Übungen	8
4 <i>Mathematische Ergänzungen</i>	9
4.1 Unschärfe Mengen	9
4.2 Zahlen und unscharfe Zahlen	9
4.3 Unschärfe Vektoren	11
4.4 Funktionen von unscharfen Argumenten	12
4.5 Rechnen mit unscharfen Zahlen	14
4.6 Unschärfe Funktionen	16
4.7 Übungen	17
Kapitel II. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	19
5 <i>Wahrscheinlichkeiten</i>	20
5.1 Klassische Wahrscheinlichkeitsdefinition	20
5.2 Geometrische Wahrscheinlichkeiten	20
5.3 Häufigkeitsinterpretation der Wahrscheinlichkeiten	20
5.4 Axiomatische Wahrscheinlichkeiten	21
5.5 Subjektive Wahrscheinlichkeiten	22
5.6 Unschärfe Wahrscheinlichkeiten	22
5.7 Übungen	23

6	<i>Wahrscheinlichkeitsräume</i>	24
6.1	Ereignisfelder	24
6.2	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	26
6.3	Beispiele von Wahrscheinlichkeitsräumen	27
6.4	Übungen	27
7	<i>Struktur allgemeiner Wahrscheinlichkeitsräume</i>	28
7.1	Satz über Wahrscheinlichkeitsräume	28
7.2	Boolesche Ungleichung	28
7.3	Additionstheorem für Wahrscheinlichkeiten	29
7.4	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	30
7.5	Multiplikationstheorem für Wahrscheinlichkeiten	30
7.6	Satz von der vollständigen Wahrscheinlichkeit und Bayessche Formel	30
7.7	Übungen	31
8	<i>Stochastische Unabhängigkeit und Produktwahrscheinlichkeitsräume</i> ..	32
8.1	Stochastische Unabhängigkeit	32
8.2	Produktwahrscheinlichkeitsräume	33
8.3	Übungen	34
Kapitel III. Stochastische Größen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilungen		35
9	<i>Stochastische Größen</i>	36
9.1	Mathematisches Modell	36
9.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer stochastischen Größe	37
9.3	Übungen	38
10	<i>Verteilungsfunktionen eindimensionaler stochastischer Größen</i>	39
10.1	Verteilungsfunktionen	40
10.2	Typen von Verteilungsfunktionen	42
10.3	Übungen	43
11	<i>Diskrete eindimensionale Verteilungen</i>	44
11.1	Dirac-Verteilung δ_μ	44
11.2	Diskrete Gleichverteilung D_m	45
11.3	Alternativverteilung A_p	45
11.4	Binomialverteilung $B_{n,p}$	46
11.5	Hypergeometrische Verteilung $H_{N,A,n}$	47
11.6	Poisson-Verteilung P_μ	47
11.7	Geometrische Verteilung G_p	48
11.8	Übungen	48
12	<i>Kontinuierliche eindimensionale Verteilungen</i>	49
12.1	Kontinuierliche Gleichverteilung $U_{a,b}$	49
12.2	Exponentialverteilung Ex_τ	50
12.3	Standard-Normalverteilung $N(0, 1)$	51
12.4	Allgemeine Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$	52

12.5	Logarithmische Normalverteilung $LN(\mu, \sigma^2)$	53
12.6	t -Verteilung t_n	54
12.7	Chiquadrat-Verteilung χ_n^2	55
12.8	F -Verteilung $F_{m,n}$	56
12.9	Betaverteilung $Be(a, b)$	56
12.10	Gammaverteilung $\gamma(\alpha, \beta)$	57
12.11	Weibullverteilung $Weib(\tau, \beta)$	57
12.12	Modus (= Modalwert) einer Verteilung	58
12.13	Übungen	58
13	<i>Gemischte eindimensionale Verteilungen</i>	59
13.1	Mischverteilungen	61
13.2	Übungen	61
14	<i>Erwartungswert einer eindimensionalen stochastischen Größe</i>	62
14.1	Diskrete Verteilungen	62
14.2	Kontinuierliche Verteilungen	63
14.3	Gemischte Verteilungen	64
14.4	Übungen	64
15	<i>Erwartungswerte von Funktionen stochastischer Größen</i>	65
15.1	Momente von stochastischen Größen bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilungen	66
15.2	Varianz einer stochastischen Größe	66
15.3	Übungen	68
16	<i>Stochastische Vektoren und mehrdimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen</i>	69
16.1	Diskrete m -dimensionale Verteilungen	70
16.2	Kontinuierliche m -dimensionale Verteilungen	71
16.3	Gemischte m -dimensionale Verteilungen	73
16.4	Randverteilungen	73
16.5	Übungen	76
17	<i>Kovarianz, Korrelation und Unabhängigkeit stochastischer Größen</i>	77
17.1	Erwartungswert von Funktionen von stochastischen Vektoren	77
17.2	Kovarianz	78
17.3	Korrelationskoeffizient	80
17.4	Stochastische Unabhängigkeit	81
17.5	Übungen	83
18	<i>Bedingte Verteilungen und bedingte Erwartung</i>	84
18.1	Diskrete Verteilungen	84
18.2	Kontinuierliche Verteilungen	85
18.3	Bedingte Erwartung	86
18.4	Übungen	88
19	<i>Charakteristische Funktionen</i>	89
19.1	Satz über charakteristische Funktionen	90
19.2	Übungen	91

20	<i>Funktionen stochastischer Größen</i>	92
20.1	Transformation eindimensionaler stochastischer Größen	92
20.2	Maximum und Minimum stochastischer Größen	94
20.3	Faltung diskreter Verteilungen	95
20.4	Faltung kontinuierlicher Verteilungen	95
20.5	Übungen	97
21	<i>Die Tschebyscheffsche Ungleichung</i>	98
21.1	Tschebyscheffsche Ungleichung	98
21.2	Übungen	99
Kapitel IV. Folgen stochastischer Größen		101
22	<i>Gesetze der großen Zahlen</i>	102
22.1	Schwaches Gesetz der großen Zahlen	102
22.2	Starkes Gesetz der großen Zahlen	104
22.3	Übungen	104
23	<i>Zentraler Grenzwertungssatz</i>	105
23.1	Konvergenz gegen die Normalverteilung	105
23.2	Approximation durch eine Normalverteilung	108
23.3	Übungen	109
24	<i>Markoff-Ketten</i>	110
24.1	Die Chapman-Kolmogoroff-Gleichungen	111
24.2	Grenzwerteilungen für Markoff-Ketten	112
24.3	Übungen	112
Kapitel V. Kontinuierliche stochastische Prozesse		113
25	<i>Erneuerungsprozesse</i>	114
25.1	Übungen	116
26	<i>Poisson-Prozesse</i>	117
26.1	Übungen	119
27	<i>Gauß-Prozesse</i>	120
27.1	Übungen	121
28	<i>Allgemeine Produktwahrscheinlichkeitsräume</i>	122
28.1	Produktereignisfelder	122
28.2	Verträgliche Verteilungsfamilien und semikompakte Systeme	123
28.3	Der Existenzsatz von Kolmogoroff	123
28.4	Übungen	124
Kapitel VI. Klassische schließende Statistik		125
29	<i>Stichproben stochastischer Größen und statistische Entscheidungen</i> ...	126
29.1	Übungen	127

30	<i>Klassische Punktschätzungen für Parameter</i>	128
30.1	Unverzerrtheit	129
30.2	Effizienz	130
30.3	Konsistenz	131
30.4	Plausibilität	132
30.5	Verlustminimierung	134
30.6	Robustheit	136
30.7	Übungen	137
31	<i>Der Fundamentalsatz der Statistik</i>	138
31.1	Übungen	140
32	<i>Klassische Bereichsschätzungen für Parameter</i>	141
32.1	Konfidenzfunktionen	141
32.2	Pivot-Größen	141
32.3	Konfidenzintervalle für eindimensionale Parameter	142
32.4	Konfidenzintervalle für geraffte Parameter	143
32.5	Zweidimensionaler Konfidenzbereich für den Parameter $\theta = (\mu, \sigma^2)$ der Normalverteilung	146
32.6	Übungen	147
33	<i>Grundlegendes über statistische Tests</i>	148
33.1	Statistische Hypothesen	148
33.2	Testfunktionen und Verwerfungsräume	149
33.3	Fehler erster und zweiter Art	149
33.4	Übungen	150
34	<i>Plausibilitätsquotiententests und der Satz von Neyman und Pearson</i>	151
34.1	Plausibilitätsquotiententests	151
34.2	Der Satz von Neyman und Pearson	152
34.3	Übungen	153
35	<i>Tests für Normalverteilungen</i>	154
35.1	t -Test für das Mittel einer Normalverteilung	154
35.2	Test für die Varianz einer Normalverteilung	155
35.3	t -Test für die Gleichheit zweier Normalverteilungen mit identischer Varianz	155
35.4	F -Test für die Gleichheit der Varianzen zweier Normalverteilungen	156
35.5	Übungen	157
36	<i>Der Chiquadrat-Anpassungstest</i>	158
36.1	Chiquadrat-Test für einfache Hypothesen	158
36.2	Chiquadrat-Test für zusammengesetzte Hypothesen	159
36.3	Übungen	161
37	<i>Klassische Regressionsrechnung</i>	162
37.1	Regressionsfunktionen	162
37.2	Regressionsgeraden	163
37.3	Multiple lineare Regressionsmodelle	166
37.4	Übungen	168

Kapitel VII. Elemente der Bayes-Statistik	169
38 <i>Das Bayessche Theorem</i>	170
38.1 Diskreter Fall	170
38.2 Kontinuierlicher Fall (Bayessches Theorem)	171
38.3 Übungen	173
39 <i>Suffizienz und konjugierte Verteilungsfamilien</i>	174
39.1 Suffiziente Statistiken	174
39.2 Konjugierte Verteilungsfamilien	176
39.3 Übungen	177
40 <i>Verwertung der A-posteriori-Verteilung</i>	178
40.1 Prädiktivverteilungen	178
40.2 A-posteriori-Bayes-Schätzer	178
40.3 HPD-Bereiche	180
40.4 A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten von statistischen Hypothesen	180
40.5 Übungen	181
41 <i>Bayessche Entscheidungsregeln</i>	182
41.1 Statistische Entscheidungen	183
41.2 Bayessche Entscheidungsregeln	183
41.3 Bayes-Schätzer	185
41.4 Bayes-Tests	186
41.5 Übungen	188
Kapitel VIII. Statistische Analyse bei unscharfer Information	189
42 <i>Unscharfe Daten</i>	190
42.1 Unscharfe Stichproben	191
42.2 Kombination unscharfer Beobachtungen	191
42.3 Übungen	192
43 <i>Klassische Parameterschätzung für unscharfe Stichproben</i>	193
43.1 Schätzfunktionen für Parameter	193
43.2 Konfidenzbereiche	194
43.3 Übungen	195
44 <i>Schätzung der Verteilungsfunktion für unscharfe Stichproben</i>	196
44.1 Adaptierte empirische Verteilungsfunktion	196
44.2 Unscharfe empirische Verteilungsfunktion	197
44.3 Übungen	198
45 <i>Statistische Tests für unscharfe Daten</i>	199
45.1 Testentscheidungen mittels p -Werten	200
45.2 p -Werte für unscharfe Daten	200
45.3 Übungen	200
46 <i>Bayessche Analyse für unscharfe Daten und unscharfe A-priori-Information</i>	201
46.1 Das Bayessche Theorem für unscharfe Daten	201

46.2	Das Bayessche Theorem für unscharfe A-priori-Verteilungen und unscharfe Daten	202
46.3	Verallgemeinerte Prädiktivverteilungen	204
46.4	Unscharfe Vertrauensbereiche	205
46.5	Übungen	207
47	<i>Bemerkungen zur schließenden Statistik und zu Bayesschen Entscheidungen bei unscharfer Information</i>	208
47.1	Zur Beschreibung und Analyse unscharfer Daten	208
47.2	Unscharfe A-priori-Information	208
47.3	Unscharfe Verlustfunktionen	208
47.4	Rechenalgorithmen	209
47.5	Weiterführende Literatur	209
Tabellen		210
Standard-Normalverteilung		210
<i>t</i> -Verteilungen		211
Chiquadrat-Verteilungen		212
<i>F</i> -Verteilungen		214
Literatur		217
Lehrbücher und Monografien		217
Nachschlagewerke und Tabellen		218
Originalarbeiten		218
Internetpublikationen		218
Symbolverzeichnis		219
Sachverzeichnis		221