

Inhaltsverzeichnis

Einführung	1
1 Erste mathematische Erkundungen	11
1.1 Zersägen eines Baumstamms	11
1.2 Ein Problem mit Nullen	12
1.3 Ein Problem über Geraden in der Ebene	16
1.4 Werkzeugkasten	22
Aufgaben	23
2 Die Idee der Rekursion	25
2.1 Die Technik der Rekursion	25
2.2 Die Anzahl der Teilmengen	28
2.3 Pflasterungen mit Dominosteinen	34
2.4 Auflösen der FIBONACCI-Rekursion	38
2.5 Triangulierungen	45
2.6 Werkzeugkasten	52
Aufgaben	52
3 Vollständige Induktion	55
3.1 Das Induktionsprinzip	55
3.2 Färbungen	58
3.3 Werkzeugkasten	63
Aufgaben	63
4 Graphen	67
4.1 Die EULERSche Formel für ebene Graphen	67
4.2 Doppeltes Abzählen bei Graphen	75
4.3 Händeschütteln und Graphen	78
4.4 Fünf Punkte mit allen Verbindungen in der Ebene . . .	79

4.5	Weiterführende Bemerkungen: EULERSche Polyederformel, Topologie und Vierfarbenproblem	83
4.6	Werkzeugkasten	86
	Aufgaben	87
5	Abzählen	91
5.1	Grundprinzipien des Abzählens	91
5.2	Abzählen durch Bijektion	99
5.3	Doppeltes Abzählen	104
5.4	Weiterführende Bemerkungen: Doppelsummen, Integrale und Unendlichkeiten	109
5.5	Werkzeugkasten	113
	Aufgaben	113
6	Allgemeine Strategien	117
6.1	Allgemeine Problemlösestrategien	117
6.2	Die Diagonale im Quader	121
6.3	Das Trapezzahlen-Problem	124
6.4	Weiterführende Bemerkungen: Summen-Darstellungen ganzer Zahlen	131
	Aufgaben	133
7	Logik und Beweise	135
7.1	Logik	135
7.2	Beweise	144
	Aufgaben	155
8	Elementare Zahlentheorie	159
8.1	Teilbarkeit, Primzahlen und Reste	159
8.2	Kongruenzen	164
	Aufgaben	169
9	Das Schubfachprinzip	173
9.1	Das Schubfachprinzip, Beispiele	173
9.2	Reste als Schubfächer	177
9.3	Eine Erkundungstour: Approximation durch Brüche	179
9.4	Ordnung im Chaos: Das Schubfachprinzip in der Graphentheorie	190

9.5	Werkzeugkasten	192
	Aufgaben	192
10	Das Extremalprinzip	195
10.1	Das allgemeine Extremalprinzip	196
10.2	Das Extremalprinzip als Problemlösestrategie, I	202
	Schema für das Extremalprinzip	204
10.3	Das Extremalprinzip als Problemlösestrategie, II	211
10.4	Weiterführende Bemerkungen: Optimierung, Spiegel und Billard	216
10.5	Werkzeugkasten	223
	Aufgaben	223
11	Das Invarianzprinzip	229
11.1	Das Invarianzprinzip, Beispiele	229
11.2	Schema für das Invarianzprinzip	234
11.3	Weitere Beispiele	236
11.4	Weiterführende Bemerkungen: Knoten, Erhaltungsgrößen und der Sinn von Unmöglichkeitsbeweisen	246
11.5	Werkzeugkasten	251
	Aufgaben	251
A	Ein Überblick über Problemlösestrategien	257
B	Grundbegriffe zu Mengen und Abbildungen	263
	Symbolverzeichnis	269
	Glossar	271
	Listen der Probleme, Sätze und Verfahren	277
	Hinweise zu ausgewählten Aufgaben	279
	Literaturverzeichnis	289