

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einführung</b>	<b>1</b>
<b>1 Erste mathematische Erkundungen</b>	<b>11</b>
1.1 Zersägen eines Baumstamms . . . . .	11
1.2 Ein Problem mit Nullen . . . . .	12
1.3 Ein Problem über Geraden in der Ebene . . . . .	16
1.4 Werkzeugkasten . . . . .	22
Aufgaben . . . . .	23
<b>2 Die Idee der Rekursion</b>	<b>25</b>
2.1 Die Technik der Rekursion . . . . .	25
2.2 Die Anzahl der Teilmengen . . . . .	28
2.3 Pflasterungen mit Dominosteinen . . . . .	34
2.4 Auflösen der FIBONACCI-Rekursion . . . . .	38
2.5 Triangulierungen . . . . .	45
2.6 Werkzeugkasten . . . . .	52
Aufgaben . . . . .	52
<b>3 Vollständige Induktion</b>	<b>55</b>
3.1 Das Induktionsprinzip . . . . .	55
3.2 Färbungen . . . . .	58
3.3 Werkzeugkasten . . . . .	63
Aufgaben . . . . .	63
<b>4 Graphen</b>	<b>67</b>
4.1 Die EULERSche Formel für ebene Graphen . . . . .	67
4.2 Doppeltes Abzählen bei Graphen . . . . .	75
4.3 Händeschütteln und Graphen . . . . .	78
4.4 Fünf Punkte mit allen Verbindungen in der Ebene . . .	79

4.5	Weiterführende Bemerkungen: EULERSche Polyederformel, Topologie und Vierfarbenproblem . . . . .	83
4.6	Werkzeugkasten . . . . .	86
	Aufgaben . . . . .	87
<b>5</b>	<b>Abzählen</b>	<b>91</b>
5.1	Grundprinzipien des Abzählens . . . . .	91
5.2	Abzählen durch Bijektion . . . . .	99
5.3	Doppeltes Abzählen . . . . .	104
5.4	Weiterführende Bemerkungen: Doppelsummen, Integrale und Unendlichkeiten . . . . .	109
5.5	Werkzeugkasten . . . . .	113
	Aufgaben . . . . .	113
<b>6</b>	<b>Allgemeine Strategien</b>	<b>117</b>
6.1	Allgemeine Problemlösestrategien . . . . .	117
6.2	Die Diagonale im Quader . . . . .	121
6.3	Das Trapezzahlen-Problem . . . . .	124
6.4	Weiterführende Bemerkungen: Summen-Darstellungen ganzer Zahlen . . . . .	131
	Aufgaben . . . . .	133
<b>7</b>	<b>Logik und Beweise</b>	<b>135</b>
7.1	Logik . . . . .	135
7.2	Beweise . . . . .	144
	Aufgaben . . . . .	155
<b>8</b>	<b>Elementare Zahlentheorie</b>	<b>159</b>
8.1	Teilbarkeit, Primzahlen und Reste . . . . .	159
8.2	Kongruenzen . . . . .	164
	Aufgaben . . . . .	169
<b>9</b>	<b>Das Schubfachprinzip</b>	<b>173</b>
9.1	Das Schubfachprinzip, Beispiele . . . . .	173
9.2	Reste als Schubfächer . . . . .	177
9.3	Eine Erkundungstour: Approximation durch Brüche . . . . .	179
9.4	Ordnung im Chaos: Das Schubfachprinzip in der Graphentheorie . . . . .	190

---

9.5	Werkzeugkasten . . . . .	192
	Aufgaben . . . . .	192
<b>10</b>	<b>Das Extremalprinzip</b>	<b>195</b>
10.1	Das allgemeine Extremalprinzip . . . . .	196
10.2	Das Extremalprinzip als Problemlösestrategie, I . . . . .	202
	Schema für das Extremalprinzip . . . . .	204
10.3	Das Extremalprinzip als Problemlösestrategie, II . . . . .	211
10.4	Weiterführende Bemerkungen: Optimierung, Spiegel und Billard . . . . .	216
10.5	Werkzeugkasten . . . . .	223
	Aufgaben . . . . .	223
<b>11</b>	<b>Das Invarianzprinzip</b>	<b>229</b>
11.1	Das Invarianzprinzip, Beispiele . . . . .	229
11.2	Schema für das Invarianzprinzip . . . . .	234
11.3	Weitere Beispiele . . . . .	236
11.4	Weiterführende Bemerkungen: Knoten, Erhaltungsgrößen und der Sinn von Unmöglichkeitsbeweisen . . . . .	246
11.5	Werkzeugkasten . . . . .	251
	Aufgaben . . . . .	251
<b>A</b>	<b>Ein Überblick über Problemlösestrategien</b>	<b>257</b>
<b>B</b>	<b>Grundbegriffe zu Mengen und Abbildungen</b>	<b>263</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>269</b>
	<b>Glossar</b>	<b>271</b>
	<b>Listen der Probleme, Sätze und Verfahren</b>	<b>277</b>
	<b>Hinweise zu ausgewählten Aufgaben</b>	<b>279</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>289</b>