

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Überblick</b> .....	1
1.1 Einleitung .....	1
1.2 Grundbegriffe .....	1
1.3 Skalentypen .....	6
1.4 Relationen: Kausalität und Kovariation .....	12
1.5 Statistische Methoden: Ein erster Überblick ..	19
<b>2. Einfache Korrelationsanalyse</b> .....	27
2.1 Einleitung .....	27
2.2 Das Messen von einfachen Zusammenhängen .	28
2.3 Der einfache Korrelationskoeffizient .....	32
2.3.1 Die bi-variate Normalverteilung .....	32
2.3.2 Der Pearson-Produkt-Moment- Korrelationskoeffizient .....	40
2.4 Rückschlüsse auf die Grundgesamtheit .....	48
<b>3. Einfache Regressionsanalyse</b> .....	51
3.1 Einführung .....	51
3.2 Kausalität und Geschlossenheit .....	53
3.3 Regressionsanalyse und Geschlossenheit .....	56
3.4 Die Schätzung der Parameter der Regres- sionsgleichung .....	61
3.4.1 Entscheidungskriterien für die Schätzung .....	62
3.4.2 Die Schätzung der Koeffizienten .....	66
3.5 Die Interpretation der Resultate .....	70
3.6 Die Güte des Regressionsmodells .....	71
3.6.1 Die Zerlegung der Variation .....	71
3.6.2 Die Anzahl der Freiheitsgrade .....	75
<b>4. Multiple Regression und multiple Korrelation</b>	79
4.1 Einführung .....	79
4.2 Die Aufnahme zusätzlicher unabhängiger Variablen ins Modell .....	81
4.3 Die graphische Darstellung der multiplen Regressionsgleichung .....	84

4.4	Die Schätzung der Koeffizienten der multiplen Regressionsgleichung . . . . .	86
4.5	Die Interpretation der Koeffizienten . . . . .	88
4.6	Der multiple Korrelationskoeffizient . . . . .	91
4.7	Der partielle Korrelationskoeffizient . . . . .	94
<b>5.</b>	<b>Das Schliessen auf die Grundgesamtheit bei der Regressionsanalyse . . . . .</b>	<b>99</b>
5.1	Einleitung . . . . .	99
5.2	Test für das Bestimmtheitsmass oder Test der 'Güte' des Gesamtmodells . . . . .	100
5.3	Test für den Regressionskoeffizienten . . . . .	102
5.4	Test für die Regressionskonstante . . . . .	106
5.5	Verallgemeinertes Testverfahren für allgemeine lineare Hypothesen . . . . .	107
5.6	Vertrauensintervalle für Regressionskoeffizienten und -konstante . . . . .	109
5.7	Vertrauensintervalle für Vorhersagen . . . . .	110
<b>6.</b>	<b>Regressionsanalyse mit kategorialen unabhängigen Variablen . . . . .</b>	<b>111</b>
6.1	Einleitung . . . . .	111
6.2	Regression mit kategorialen unabhängigen Variablen . . . . .	112
6.3	Regression mit metrischen und kategorialen unabhängigen Variablen . . . . .	117
6.4	Interaktionseffekte zwischen metrischen und kategorialen unabh. Variablen . . . . .	118
6.5	Wie erkennt man die Wirkung einer kategorialen Variablen? . . . . .	122
6.6	Ein Beispiel . . . . .	125
<b>7.</b>	<b>Überprüfung der Anwendungsbedingungen der Regressionsanalyse . . . . .</b>	<b>129</b>
7.1	Einleitung . . . . .	129
7.2	Bedingungen der gewöhnlichen Kleinst-Quadrate-Schätzung . . . . .	130
7.2.1	Erwartungswert der Residualwerte beträgt Null . . . . .	132
7.2.2	Keine Autokorrelation . . . . .	133
7.2.3	Homoskedastizität . . . . .	136
7.2.4	Kein Zusammenhang zwischen der Störvariablen und den unabhängigen Variablen . . . . .	139
7.2.5	Keine Kollinearität . . . . .	140
7.2.6	Residualwerte sind normalverteilt . . . . .	145
7.3	Überprüfung der Bedingungen . . . . .	146
7.3.1	Der Erwartungswert der Residualwerte beträgt Null . . . . .	147
7.3.2	Keine Autokorrelation . . . . .	147

7.3.3	Homoskedastizität .....	150
7.3.4	Kein Zusammenhang zwischen den Residualwerten und den unabhängigen Variablen .....	152
7.3.5	Keine Kollinearität .....	153
7.3.6	Die Residualwerte sind normalverteilt	161
7.4	Ausreisser .....	169
<b>8.</b>	<b>Pfadanalyse .....</b>	<b>185</b>
8.1	Einleitung .....	185
8.2	Transformation der Variablen .....	190
8.2.1	Pfadanalyse mit zentrierten Va- riablen.....	190
8.2.2	Pfadanalyse mit standardisierten Variablen .....	191
8.3	Notation und Begriffe .....	194
8.3.1	Endogene und exogene Variablen.....	194
8.3.2	Regressions- und Pfadkoeffizienten ...	195
8.3.3	Strukturgleichung .....	195
8.3.4	Rekursive und nicht-rekursive Pfadmodelle.....	199
8.4	Die Beziehung zwischen den (Ko-)Va- rianzen und den Parametern .....	201
8.5	Das Schätzen der Parameter .....	204
8.5.1	Identifikation .....	208
8.5.2	Das Prinzip der Parameter- Schätzung bei der klassischen Regressionsanalyse .....	211
8.5.3	Das Prinzip der Parameter- Schätzung bei der Pfadanalyse.....	212
8.5.4	Maximum-Likelihood-Schätz- funktion .....	213
8.6	Die Interpretation der Resultate .....	218
8.6.1	Interpretation der standardisier- ten und der unstandardisierten Lösung	218
8.6.2	Direkte, indirekte und totale Ef- fekte .....	219
8.7	Modellevaluation .....	220
8.7.1	Die Güte des gesamten Modells .....	221
8.7.2	Die Beurteilung der einzelnen Komponenten des Modells .....	228
8.8	Vergleich und Verbesserung von Modellen....	231
8.8.1	Log-Likelihood-Ratio-Chi-Qua- drat-Test für den Unterschied zwischen Modellen .....	231
8.8.2	Lagrange-Multiplier-Test für mögliche Erweiterungen des Modells..	233
8.8.3	Reformulierung des Modells .....	235
8.9	Spezielle Aspekte .....	236

<b>9.</b>	<b>Konfirmatorische Faktorenanalyse</b> .....	239
9.1	Einleitung .....	239
9.1.1	Das Messproblem .....	240
9.1.2	Das Spezifikationsproblem .....	242
9.2	Das Messmodell .....	243
9.3	Die konfirmatorische Faktorenanalyse .....	247
9.3.1	Die Festlegung einer Skala für die latenten Variablen .....	248
9.3.2	Die Identifikation des Messmodells ...	253
9.3.3	Die Validität des Messmodells .....	255
9.3.4	Die Zuverlässigkeit des Messmodells ..	261
<b>10.</b>	<b>Explorative Faktorenanalyse</b> .....	267
10.1	Einleitung .....	267
10.2	Ziele der Faktorenanalyse .....	270
10.3	Algebraische Formulierung des Grundproblems	273
10.4	Arten von Faktoren .....	278
10.5	Ablauf der Faktorenanalyse .....	283
10.6	Das Faktorenproblem .....	284
10.7	Geometrische Grundbegriffe .....	285
10.7.1	Punkt Darstellung im Merkmalsraum ..	285
10.7.2	Vektordarstellung im Objektraum ...	290
10.7.3	Zur Geometrie der Hauptkompo- nentenanalyse .....	299
10.7.4	Algebraische Formulierung der Hauptkomponentenmethode .....	304
10.7.5	Bestimmung der Anzahl zu extra- hrierender gemeinsamer Faktoren .....	305
10.7.6	Die Maximum-Likelihood-Methode ...	309
10.8	Das Kommunalitätenproblem .....	313
10.9	Das Rotationsproblem .....	315
10.9.1	Orthogonale Rotation nach der Varimax-Methode .....	317
10.9.2	Schiefwinklige Rotation nach der Promax-Methode .....	319
10.10	Das Faktorenwertproblem .....	323
10.11	Vergleich mit Regression .....	326
<b>11.</b>	<b>Strukturgleichungsmodelle</b> .....	329
11.1	Einleitung .....	329
11.2	Die Teile des Strukturgleichungsmodells .....	330
11.2.1	Die Identifikation des Gesamtmodells .	333
11.2.2	Spezifikationsprobleme und In- terpretationsprobleme des Ge- samtmodells .....	334
11.3	Fazit .....	339

<b>12. Logit-Analyse</b> .....	347
12.1 Einleitung .....	347
12.2 Basis-Form .....	349
12.3 Der konventionelle regressionsanalytische Ansatz .....	352
12.4 Alternative Ansätze .....	358
12.5 Erweiterung auf mehrere unabhängige Variablen .....	362
12.6 Die Kodierungsformen und Interpretati- on der Parameter .....	362
12.6.1 Dummy-Kodierung .....	365
12.6.2 Effekt-Kodierung .....	368
12.7 Das Schätzen der Parameter .....	370
12.8 Das gewichtete Kleinste-Quadraten-Ver- fahren .....	371
12.9 Das Maximum-Likelihood-Verfahren .....	374
12.10 Die Güte des gesamten Modells .....	375
12.11 Das Prüfen von Hypothesen über die Pa- rameter .....	378
<b>13. Log-lineare Modelle</b> .....	383
13.1 Einleitung .....	383
13.2 Darstellung der Zusammenhänge in Form einer Kreuztabelle .....	383
13.3 Formen der Datenerhebung .....	386
13.3.1 Multinomiales Erhebungsschema ....	386
13.3.2 Produktnomiales Erhebungsschema ..	387
13.3.3 Poisson-Erhebungsschema .....	388
13.4 Zusammenhänge zwischen kategorialen Variablen .....	388
13.5 Der Chi-Quadrat-Test für die Un- abhängigkeit zweier Variablen .....	392
13.6 Vergleich relativer Häufigkeitsverteilungen ...	399
13.6.1 Differenzen relativer Häufigkeiten ....	400
13.6.2 Relatives Risiko bzw. Verhältnis relativer Häufigkeiten .....	400
13.6.3 Odds-Ratio .....	401
13.7 Masse für die Stärke des Zusammenhangs ...	412
13.7.1 Kontingenzkoeffizient .....	412
13.7.2 Cramers V .....	413
13.7.3 Proportionale Fehler-Reduktion .....	413
13.7.4 Goodman und Kruskals Lambda (asymmetrisch) .....	415
13.7.5 Goodman und Kruskals Lambda (symmetrisch) .....	415
13.8 Ein log-lineares Modell mit zwei Variablen ...	416
13.9 Interpretation der Parameter .....	419
13.10 Weitere mögliche log-lineare Modelle .....	421
13.11 Verallgemeinerte Schreibweise für log- lineare Modelle .....	424

13.12	Schätzung der Parameter und der erwarteten Häufigkeiten . . . . .	427
13.13	Test für die Güte des Modells . . . . .	428
13.14	Vergleich verschiedener Modelle . . . . .	430
13.15	Test für einzelne Parameter . . . . .	431
13.16	Test für den Einfluss der Haupt- und Interaktionseffekte . . . . .	432
13.17	Die Suche nach einem geeigneten Modell . . . . .	432
13.18	Leere Zellen . . . . .	434
13.19	Die Verwendung log-linearer Modelle für die Analyse von Logit-Modellen . . . . .	436
<b>14.</b>	<b>Latente-Klassen-Analyse . . . . .</b>	<b>443</b>
14.1	Einleitung . . . . .	443
14.2	Lokale Unabhängigkeit . . . . .	448
14.3	Formale Darstellung der Latenten-Klassen-Analyse . . . . .	452
14.3.1	Latente Klassenwahrscheinlichkeiten . . . . .	453
14.3.2	Konditionale Wahrscheinlichkeiten . . . . .	454
14.4	Die Schätzung der Parameter . . . . .	455
14.5	Die Identifikation . . . . .	462
14.6	Die Zuordnung der Objekte zu latenten Klassen . . . . .	466
14.7	In wie weit stimmt unser Modell mit der Wirklichkeit überein? . . . . .	470
14.8	Anwendungen der Latenten-Klassen-Analyse . . . . .	475
14.8.1	Exkurs: Die (wirtschafts-)geographische Bedeutung der Arbeitsmoral und Berufsethik . . . . .	475
14.8.2	Anwendung am Beispiel zur Arbeitsmoral und Berufsethik . . . . .	477
14.8.3	Modelle mit einer latenten Variablen . . . . .	479
14.8.4	Modelle mit mehreren latenten Variablen . . . . .	491
14.8.5	Vergleich zwischen Gruppen . . . . .	502
14.9	Probleme der Latenten-Klassen-Analyse . . . . .	512

---

## Anhang

---

<b>A.</b>	<b>Repetitorium: Matrix-Algebra . . . . .</b>	<b>517</b>
A.1	Einleitung . . . . .	517
A.2	Allgemeines . . . . .	517
A.3	Definitionen . . . . .	519
A.4	Matrizenoperationen . . . . .	523
A.4.1	Addition . . . . .	523
A.4.2	Subtraktion . . . . .	524

A.4.3	Multiplikation . . . . .	524
A.4.4	Multiplikation von Vektoren . . . . .	526
A.4.5	Exkurs: Vektoren geometrisch betrachtet . . . . .	527
A.4.6	Division (Inversion) . . . . .	532
A.4.7	Eigenwerte und Eigenvektoren . . . . .	535
A.4.8	Wichtigste elementare Rechenregeln für Matrizen . . . . .	536
A.5	Beispiele für die Verwendung von Matrizen-Algebra . . . . .	537
A.5.1	Berechnung der Spalten- und Zeilen-Summen und der Summe aller Matrixelemente . . . . .	537
A.5.2	Berechnung von Mittelwerten, Kovarianz und Korrelation mittels Matrizenrechnung . . . . .	538
A.5.3	Anwendung von Inversen bei der Lösung eines linearen Gleichungssystems . . . . .	540
A.5.4	Diagonalisierung symmetrischer Matrizen . . . . .	544
A.5.5	Hauptachsentransformation . . . . .	545
A.6	Vektor und Matrixdifferentiation . . . . .	548
A.7	Ermittlung von Extrema ohne Nebenbedingungen . . . . .	551
A.8	Ermittlung von Extrema mit Nebenbedingungen . . . . .	552
<b>B.</b>	<b>Grundbegriffe der Testtheorie . . . . .</b>	<b>555</b>
B.1	Einleitung . . . . .	555
B.2	Was wollen wir testen? . . . . .	555
B.3	Testverfahren . . . . .	557
B.4	Bemerkungen zum Gebrauch und Missbrauch statistischer Tests . . . . .	568