

Inhaltsverzeichnis

Einführung	23
Über dieses Buch	23
Konventionen in diesem Buch	24
Was Sie nicht lesen müssen	24
Törichte Annahmen über den Leser	24
Wie dieses Buch aufgebaut ist	25
Teil I: Die grundlegenden Techniken betrachten	25
Teil II: Die Mathematik beherrschen	25
Teil III: Algebra-Sachaufgaben lösen	26
Teil IV: Die Form von Geometrie-Sachaufgaben begreifen	26
Teil V: Der Top-Ten-Teil	26
Symbole in diesem Buch	26
Wie es ab hier weitergeht	27
Teil I	
Die grundlegenden Techniken betrachten	29
Kapitel 1	
Mit der Sprache der Mathematik vertraut werden	31
Ein und dieselbe Sprache sprechen	31
Zahlen definieren	32
Geometrisch denken	33
Formeln formulieren	35
Rechenarten interpretieren	36
Ergebnisse benennen	36
Variablen bestimmen	37
Symbole und Worte koordinieren	37
Ein Bild zeichnen	38
Beziehungen veranschaulichen	38
Ordentlich beschriften	39
Eine Tabelle oder Graphik erstellen	40
Werte finden	40
Schrittweise vorwärts	41
Kapitel 2	
Die Lösung einer Sachaufgabe planen	43
Die Frage eingrenzen	43
Durch das Dickicht der Informationen stapfen	43
Bis zum bitteren Ende	44
Es geht nur um die Fakten, Ma'am, die reinen Fakten	45

Alles Unnötige streichen	45
Routiniert und ordentlich vorgehen	46
Eine Antwort sinnvoll abschätzen	48
Eine Lösung abschätzen	48
Eine Wirklichkeitsprobe durchführen	49

Kapitel 3

Einheiten koordinieren

51

Die beste Einheit wählen	51
Kilometer anstelle von Zentimetern verwenden	51
Von einer Einheit in die andere umrechnen	52
Längeneinheiten umrechnen	53
Flächeninhalt und Volumen anpassen	53
Mit nicht-metrischen Einheiten spielen	55
Maßeinheiten mit ungewöhnlichen Äquivalenten vergleichen	55
Sein Licht nicht unter den Scheffel stellen	57
Einheiten vermischen	58
Einheiten innerhalb des metrischen Systems umrechnen	58
Von englischen in metrische Einheiten umrechnen	59
Von metrischen in englische Einheiten umrechnen	60

Kapitel 4

Eine Aufgabe Schritt für Schritt durchgehen

63

Die einzelnen Schritte bis zur Lösung betrachten	63
Schritt 1: Bestimme die Frage	64
Schritt 2: Ordne die Informationen	64
Schritt 3: Zeichnen Sie ein Bild oder erstellen Sie eine Tabelle	66
Schritt 4: Gleichen Sie die Einheiten an	67
Schritt 5: Bestimmen Sie die Rechenwege oder Rechenfunktionen	68
Die Aufgabe lösen	69
Schritt 6: Rechenoperationen durchführen oder Gleichungen lösen	69
Schritt 7: Beantworten Sie die Frage	70
Schritt 8: Die Lösung auf Fehlerfreiheit und Sinn überprüfen	71

Teil II

Die Mathematik beherrschen

73

Kapitel 5

Sich für einen Rechenweg entscheiden

75

Geht alles auf?	75
Wissen, wann eine Summe gesucht wird	75
Zwei oder mehr Zahlen addieren	76
Wo liegt der Unterschied – wenn Sie subtrahieren?	77
Die Sprache der Subtraktion entschlüsseln	78

Mit Subtraktion zur Lösung finden	78
Wie viele Male muss ich Ihnen das noch sagen?	79
Multiplizieren anstatt wiederholt addieren	79
Herrscher über das Malnehmen werden	81
Teilen und Siegen	82
Dividieren statt subtrahieren	83
Mit nervigen Resten rechnen	83
Die Rechenoperationen vermischen	86
Die Rechenschritte in der richtigen Reihenfolge durchführen	86
Sich im Dschungel der Rechenschritte zurechtfinden	88

Kapitel 6

Erhöhen Sie Ihre Prozente

91

Brüche, Dezimalzahlen und Prozente in Beziehung setzen	91
Von Brüchen in Dezimalzahlen und Prozente umrechnen	91
Von Prozenten in Brüche zurückrechnen	95
Einfache Prozentaufgaben bewältigen	95
Prozenterhöhungen und Prozentsenkungen betrachten	97
Mit Rabatten rechnen	97
Nachlass lass nach	99
Prozenterhöhungen bestimmen	100
Dem Kellner ohne lange nachzudenken ein Trinkgeld geben	102
Das Trinkgeld für eine Rechnung bestimmen	102
Den Abschlag abschlagen	104
Weil einfach einfach einfach ist – Mit einfachen Zinsen rechnen	105
Ihre verdienten Zinsen berechnen	106
Herausfinden, wie viel Geld Sie investieren müssen	106

Kapitel 7

Dinge ins richtige Verhältnis setzen

111

Mit Verhältnisgleichungen arbeiten	111
Verhältnisse durch Multiplikation oder Umdrehen lösen	112
Den Kürzeren ziehen	112
Dinge gleichmäßig aufteilen	114
Dinge zwischen zwei Personen ungleich aufteilen	114
Den Anteil jeder Person bestimmen	115
Verhältnisse bei unterschiedlichen Geldbeträgen vergleichen	116
Äpfel mit Orangen vergleichen	118
Mengen in Rezepten bestimmen	118
Gewichtete Durchschnitte bestimmen	120
Medikamente über Verhältnisgleichungen dosieren	122
Die Tablettenanzahl pro Dosis bestimmen	122
Wenn das Gewicht zählt	123

Kapitel 8

Wahrscheinlichkeiten und Chancen bestimmen 125

Wahrscheinlichkeit definieren und berechnen	125
Mehrere Teile zu einer Wahrscheinlichkeit zusammenzählen	125
Mithilfe der Wahrscheinlichkeit Summen und Zahlen bestimmen	130
Ergebnisse vorherbestimmen	134
Empirische Wahrscheinlichkeiten vorhersagen	134
Theoretische Wahrscheinlichkeiten berechnen	136
Gewinnchancen bestimmen	138
Von der Wahrscheinlichkeit zur Chance und wieder zurück	138
Die Chancen für sich arbeiten lassen	139

Kapitel 9

Münzen zählen 141

Einen Gesamtgeldbetrag bestimmen	141
Verschiedene Geldbeträge gleichsetzen	141
Alles zusammenrechnen	142
Nennwerte von Münzen bestimmen	144
Münzen anhand eines Gesamtbetrages auswählen	144
Dinge wahlweise ummünzen	147
Münzen aus aller Welt betrachten	148
In einem anderen Land Geld wechseln	148
Andere Währungen in Euro umrechnen	150

Kapitel 10

Einen Plan mit Formeln formulieren 153

Den Formelbetrag auflösen	153
Werte für Flächeninhalt- und Umfangsformeln korrekt einsetzen	153
Die richtige Rangfolge von Rechenschritten bei der Vereinfachung von Formeln beachten	156
In eine Formel und deren Eingangswerte eintauchen	158
Die Fragestellung anhand einer Lösung bestimmen	159
Mehrere Eingangswerte vergleichen, die zum selben Ergebnis führen	160
Entfernungen mit Formeln berechnen	162
Eine zurückgelegte Entfernung bestimmen	162
Die Umgebungstemperatur bestimmen	168
Von Celsius in Fahrenheit umrechnen	168
Von Fahrenheit in Celsius umrechnen	169
Abkühlen mit dem Newtonschen Gesetz	169

Teil III

Algebra-Sachaufgaben bewältigen **171**

Kapitel 11

Einfache Zahlenaufgaben lösen **173**

Gleichungen durch den Umgang mit Zahlen formulieren	173
Wörter in mathematische Ausdrücke umformulieren	173
Gleichung mit einer Zahl lösen	174
Zwei Zahlen in einer Aufgabe vergleichen	176
Die Großen, die Kleinen und die Vielfachen anschauen	176
Proportionalitätsaufgaben ins richtige Verhältnis bringen	178
Quadratische Gleichungen quadrieren	180
Das Vergnügen und Ihren Spaß verdoppeln	181
Die falschen Antworten loswerden	183

Kapitel 12

Sich mit aufeinander folgenden ganzen Zahlen beschäftigen **185**

Gruppen fortlaufender Zahlen addieren	185
Eine Zahlenfolge formulieren	186
Eine Zahlenfolge rekonstruieren	186
Summen aufschreiben und berechnen	187
Fortlaufende Vielfache betrachten	188
Mit geraden und ungeraden Zahlen arbeiten	188
Noch mehr Vielfache entdecken	189
Mit fortlaufenden ganzen Zahlen rechnen	190
Summen aus Reihen ganzer Zahlen bilden	192
Bühne frei für die Summen	193
Die Summen fortlaufender ganzer Zahlen bestimmen	195
Fortlaufende ganze Zahlen anwenden	196
Bausteine addieren	196
Ausreichend Sitzplätze bestimmen	196
Steine für eine Treppe verlegen	197

Kapitel 13

Gleichungen in der Sprache der Algebra formulieren **199**

Die Variable bestimmen	199
Die Antwort direkt aus der Variablen ableiten	200
Einen Schritt mehr machen, um die Antwort zu finden	202
Rechenoperationen anhand der Satzstruktur formulieren	203
Das Beste aus der Addition herausholen	204
Lösungen subtrahieren und multiplizieren	205
Teilen und siegen	206
Eine frühere Aufgabe noch einmal angehen	207

Antworten aus Rechenlösungen ableiten	207
Die verschiedenen Rechenausdrücke vergleichen	208
Überprüfen, ob eine Lösung die Antwort ist	211

Kapitel 14

Qualität und Quantität in Mischungsaufgaben beeinflussen **213**

Qualität mal Quantität als Standard betrachten	213
Mischungen anrühren	214
Die Konzentration von Frostschutzmittel verändern	214
Den Wein verwässern	216
Insektenvertilgungsmittel anmischen	217
Geld zählen	218
Die Anzahl der Nennwerte bestimmen	218
Eine marktreife Süßigkeitenmischung herstellen	221
Einen Imbissstand stürmen	222
Sich für Zinsberechnungen interessieren	224
Ihr Kapital für sich arbeiten lassen	224
Berechnen, wie viel Geld für die Zukunft benötigt wird	225

Kapitel 15

Bei Altersaufgaben Ihr Alter spüren **227**

Altersvergleiche ziehen	227
Sich zum Altern aufwärmen	227
Sich dem Alter stellen	229
Vorwärts und rückwärts in Zukunft und Vergangenheit springen	230
In die Zukunft schauen	230
In der Zeit zurück gehen	232
Sich den Herausforderungen des Alters stellen	233

Kapitel 16

Auf Distanz gehen **239**

Entfernungen aufsummieren	239
Jemanden irgendwo in der Mitte treffen	239
Luftlinie wählen	242
Zwei zurückgelegte Entfernungen einander gleich setzen	243
Etwas von der Zeit abhängig machen	244
Die Dinge ein bisschen beschleunigen	245
Nach der Entfernung auflösen	246
Mit Arbeitsaufgaben arbeiten	249
Rein und wieder raus	252

Kapitel 17
Systematisch mit Gleichungssystemen arbeiten
255

Zwei Gleichungen formulieren und substituieren	255
Gleichungssysteme über Substitution lösen	255
Mit Anzahlen und Beträgen von Münzen arbeiten	256
Fast Food kaufen gehen	258
Aus den roten Zahlen kommen und Gewinn machen	260
Die Gewinnschwelle finden	260
Den Gewinn bestimmen	262
Mischungsaufgaben ins Spiel bringen	262
An der Zapfsäule Benzin tanken	262
Alle Antworten zurück verfolgen	264
Mehrere Vergleiche mit mehr als zwei Gleichungen anstellen	265
Blumen für einen Strauß pflücken	265
Eine Strategie zur Lösung von Gleichungssystemen finden	266
Quadratische Gleichungssysteme lösen	268
Zahlenaufgaben abzählen	269
Punkte auf einer Kreislinie finden	270

Teil IV
Die Form von Geometrie-Sachaufgaben annehmen
273
Kapitel 18
Mit Pythagoras plaudern
275

Die Höhe eines Objektes bestimmen	275
Die Höhe eines Baumes bestimmen	276
Einen Turm auf der Spitze eines Berges anvisieren	277
Die Größe eines Fensters bestimmen	278
Den Abstand zwischen Flugzeugen bestimmen	279
Auf Distanz bleiben	279
Den Gegenwind berücksichtigen	280
Herausfinden, wo das Boot anlegen soll	281
Eine Entfernung einhalten	282
Geschwindigkeit und Zeit betrachten	283
Dinge fair und ökonomisch platzieren	285
Zusehen, wie die Flut ausläuft	288

Kapitel 19
Sich mit Durchmessern und Flächeninhalten im Kreis drehen
291

Die Kühe auf der Weide lassen	291
Mit einer bestimmten Menge Zaunmaterial arbeiten	291
Eine benötigte Fläche berechnen	293
Das Beste aus Ihren Ressourcen herausholen	295
Eine dreieckige Fläche umzäunen	295

Mit dem Flächeninhalt im Quadrat springen	296
Das verhexte Hexagon bändigen	297
Den Flächeninhalt einkreisen	298
Einen Rundgang machen	298
Den Flächeninhalt einer Umrandung berechnen	299
Für den Gesamtflächeninhalt zusammenaddieren	300
Ein Plakat gestalten	302
Mit einem bestimmten Druckbereich beginnen	302
Mit einer bestimmten Plakatgröße arbeiten	304
Licht durch ein Normannisches Fenster fallen lassen	305
So viel Licht wie möglich herein lassen	306
Ein Fenster anpassen	307
Das Eckige muss ins Runde	307
Ein Rechteck in einen Kreis einpassen	308
Mit Koordinatenachsen arbeiten	309

Kapitel 20

Ihre Oberfläche ausdehnen

313

Bilder sprechen Bände	313
Rechtwinklige Prismen betrachten	313
Sich an Pyramiden heranwagen	314
Tröge aus trapezförmigen Prismen bauen	317
Dreieckige Prismen mit der Post verschicken	318
Die Seiten zu einer oben offenen Schachtel hochfalten	320
Versandvorschriften befolgen	321
Die richtige Größe finden	322
Das erlaubte Volumen maximieren	323
Das Meiste aus einer Getränkedose herausholen	324
Einen zylindrischen Tank füllen	325
Eine Oberfläche ökonomisch gestalten	326
Einen kegelförmigen Sandhaufen aufschichten	327

Teil V

Der Top-Ten-Teil

329

Kapitel 21

Zehn klassische Denkaufgaben

331

Drei Piraten auf einer Insel	331
Briefmathematik	332
4 Liter eingießen	332
Magisches Quadrat	333
Sportliches Mädchen	334
Lügner, Lügner	334
Neun Goldklumpen wiegen	335

Wo ist der Euro bloß hin?	336
Wie viele Gewichte?	336
Einen Wolf, eine Ziege und einen Kohlkopf transportieren	336

Kapitel 22**Zehn unwahrscheinliche Mathematiker****339**

Pythagoras	339
Napoleon Bonaparte	339
René Descartes	340
Präsident James A. Garfield	340
Charles Dodgson (Lewis Carroll)	341
M. C. Escher	341
Sir Isaac Newton	342
Marilyn vos Savant	342
Leonardo da Vinci	343
Martin Gardner	344