

Inhalt

Einleitung	11	
I	Zentrale Grundbegriffe	17
1	Rundungsfehler, Kondition und Stabilität	17
2	Vektor- und Matrixnormen	26
Algebraische Gleichungen		39
II	Lineare Gleichungssysteme	41
3	Ein Beispiel aus der Mechanik	41
4	Die LR -Zerlegung	46
5	Die Cholesky-Zerlegung	59
6	Toeplitz-Systeme	64
7	Der Banachsche Fixpunktsatz	73
8	Drei einfache Iterationsverfahren	77
9	Das Verfahren der konjugierten Gradienten	85
10	Präkonditionierung	96
III	Lineare Ausgleichsrechnung	107
11	Die Gaußschen Normalgleichungen	107
12	Singulärwertzerlegung und Pseudoinverse	111
13	Die QR -Zerlegung	119
14	Givens-Rotationen	128
15	Ein CG-Verfahren für das Ausgleichsproblem	133
16	Das GMRES-Verfahren	137

IV	Nichtlineare Gleichungen	149
17	Konvergenzbegriffe	149
18	Nullstellenbestimmung reeller Funktionen	158
19	Das Newton-Verfahren im \mathbb{R}^n	172
20	Das nichtlineare Ausgleichsproblem	177
21	Das Levenberg-Marquardt-Verfahren	185
V	Eigenwerte	199
22	Wozu werden Eigenwerte berechnet?	199
23	Eigenwerteinschließungen	204
24	Kondition des Eigenwertproblems	212
25	Die Potenzmethode	218
26	Das QR -Verfahren	227
27	Implementierung des QR -Verfahrens	232
28	Das Jacobi-Verfahren	238
29	Spezielle Verfahren für hermitesche Tridiagonalmatrizen	245
30	Das Lanczos-Verfahren	259
	Interpolation und Approximation	273
VI	Orthogonalpolynome	275
31	Innenprodukträume, Orthonormalbasen und Gramsche Matrizen	275
32	Tschebyscheff-Polynome	284
33	Allgemeine Orthogonalpolynome	288
34	Nullstellen von Orthogonalpolynomen	293
35	Anwendungen in der numerischen linearen Algebra	297
VII	Numerische Quadratur	317
36	Die Trapezformel	317
37	Polynominterpolation	321
38	Newton-Cotes-Formeln	324
39	Das Romberg-Verfahren	328
40	Gauß-Quadratur	336

41	Gauß-Legendre-Formeln	341
42	Ein adaptives Quadraturverfahren	347
VIII	Splines	355
43	Treppenfunktionen	355
44	Lineare Splines	357
45	Fehlerabschätzungen für lineare Splines	360
46	Kubische Splines	364
47	Fehlerabschätzung für kubische Splines	372
48	Geglättete kubische Splines	375
49	Numerische Differentiation	380
IX	Fourierreihen	389
50	Trigonometrische Polynome	389
51	Sobolevräume	393
52	Trigonometrische Interpolation	398
53	Schnelle Fouriertransformation	405
54	Zirkulante Matrizen	412
55	Symmetrische Transformationen	417
X	Multiskalenbasen	433
56	Das Haar-Wavelet	433
57	Semiorthogonale Spline-Wavelets	442
58	Biorthogonale Spline-Wavelets	449
59	Ein Anwendungsbeispiel	453
Mathematische Modellierung		463
XI	Dynamik	465
60	Populationsmodelle	465
61	Ein Modell für Aids	471
62	Chemische Reaktionskinetik	475
63	Mehrkörpersysteme	478

64	Elektrische Schaltkreise	487
XII	Erhaltungsgleichungen	495
65	Integrale und differentielle Erhaltungsform	495
66	Chromatographie	499
67	Strömungsmechanik	504
68	Schallwellen	511
XIII	Diffusionsprozesse	517
69	Brownsche Bewegung und Diffusion	517
70	Diffusion im Kraftfeld	524
71	Kontinuumsmechanik	531
72	Finanzmathematik	537
	Gewöhnliche Differentialgleichungen	549
XIV	Anfangswertprobleme	551
73	Lösungstheorie	551
74	Das Euler-Verfahren	557
75	Das implizite Euler-Verfahren	560
76	Runge-Kutta-Verfahren	565
77	Stabilitätstheorie	578
78	Gauß-Verfahren	587
79	Radau-IIA-Verfahren	596
80	Rosenbrock-Typ-Verfahren	601
81	Schrittweitensteuerung	607
82	Differential-algebraische Gleichungen	615
XV	Randwertprobleme	629
83	Differenzenverfahren	629
84	Stabilitätsabschätzungen	636
85	Singulär gestörte Probleme	640
86	Adaptive Gitterverfeinerung	645

87	Das Schießverfahren	651
88	Optimierungsrandwertaufgaben	657

Partielle Differentialgleichungen 667

XVI	Elliptische Differentialgleichungen	669
89	Schwache Lösungen	669
90	Das Galerkin-Verfahren	678
91	Finite Elemente	682
92	Fehlerschranken für die Finite-Elemente-Methode	690
93	Die Steifigkeitsmatrix	692
94	Schnelle direkte Löser	702
95	Mehrgitterverfahren	706
96	Ein Fehlerschätzer	714
XVII	Parabolische Differentialgleichungen	723
97	Schwache Lösungen und Regularität	723
98	Die Linienmethode	727
99	Das Crank-Nicolson-Verfahren	733
100	Maximumprinzipien	737
101	Verfahren höherer Ordnung	743
102	Eine quasilineare Diffusionsgleichung	754
103	Schrittweitensteuerung und adaptive Gitter	761
XVIII	Hyperbolische Erhaltungsgleichungen	769
104	Die Transportgleichung	769
105	Die Methode der Charakteristiken	776
106	Schwache Lösungen und der Begriff der Entropie	780
107	Das Godunov-Verfahren	787
108	Differenzenverfahren in Erhaltungsform	794
109	Eine Ortsdiskretisierung höherer Ordnung	799
110	Zeitintegration des MUSCL-Schemas	805
111	Systeme von Erhaltungsgleichungen	811

Literaturverzeichnis

822

Sachverzeichnis

828