

# Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis . . . . .	xii
Vorwort . . . . .	xvii
<b>Lineare Optimierung</b>	
Überblick . . . . .	1
<b>1 Einführung</b>	
1.1 Optimierungsprobleme . . . . .	4
1.2 Beispiele für lineare Optimierungsprobleme . . . . .	7
1.3 Bezeichnungen, Schreibweisen und Abkürzungen . . . . .	12
1.4 Übungsaufgaben . . . . .	15
<b>2 Lineare Ungleichungssysteme</b>	
2.1 Das Lemma von Farkas und andere Alternativsätze . . . . .	17
2.2 Darstellungsformen und Transformationen . . . . .	25
2.3 Übungsaufgaben . . . . .	28
<b>3 Grundlagen der Polyedertheorie</b>	
3.1 Konvexität . . . . .	31
3.2 Der Satz von Caratheodory . . . . .	35
3.3 Polyeder und polyedrische Kegel . . . . .	37
3.4 Seitenflächen von Polyedern . . . . .	41
3.5 Primitive Seitenflächen . . . . .	47
3.6 Übungsaufgaben . . . . .	49

<b>4 Erzeugung und Darstellung von Polyedern</b>	
4.1 Endliche Erzeugermengen . . . . .	51
4.2 Der Darstellungssatz von Weyl . . . . .	53
4.3 Der Zerlegungssatz für Polyeder . . . . .	55
4.4 Spitze Polyeder . . . . .	60
4.5 Übungsaufgaben . . . . .	62
<b>5 Dualität</b>	
5.1 Duale Probleme . . . . .	63
5.2 Dualitätssätze . . . . .	68
5.3 Sätze vom komplementären Schlupf . . . . .	71
5.4 Dualität, Schattenpreise und Sensitivitätsanalyse . . . . .	75
5.5 Übungsaufgaben . . . . .	81
<b>6 Das Simplexverfahren</b>	
6.1 Ein Verbesserungsalgorithmus . . . . .	83
6.2 Die Tableaumethode . . . . .	90
6.3 Bestimmung einer zulässigen Ecke . . . . .	94
6.4 Sicherstellung der Endlichkeit des Verfahrens . . . . .	105
6.5 Übungsaufgaben . . . . .	109
<b>7 Variationen des Simplexverfahrens</b>	
7.1 Das variablenorientierte Simplexverfahren . . . . .	111
7.2 Restrikt. Algorithmus und duales Problem . . . . .	117
7.3 Äußerer Algorithmus für das primale Problem . . . . .	119
7.4 Ein innerer Algorithmus für das duale Problem . . . . .	120
7.5 Übungsaufgaben . . . . .	122
<b>8 Verbesserungen am Simplexverfahren</b>	
8.1 Einsparmöglichkeiten beim Simplexverfahren . . . . .	123
8.2 Revidiertes Simplexverfahren . . . . .	124
8.3 Die Produktform der Inversen . . . . .	127
8.4 Beispiel . . . . .	130
8.5 Postoptimierung . . . . .	133
8.6 Parametrische Optimierung . . . . .	136
8.7 Übungsaufgaben . . . . .	140

<b>9</b>	<b>Komplexität des Simplexverfahrens</b>	
9.1	Die Kodierungslänge und Laufzeit . . . . .	143
9.2	Kodierungslängen für Lin. Optimierung . . . . .	146
9.3	Die Nichtpolynomialität von Simplexvarianten . . . . .	149
9.4	Probabilistische Analyse des Simplexalgorithmus . . . . .	154
<b>10</b>	<b>Die Ellipsoidmethode</b>	
10.1	Abschätzungen für die Ellipsoidmethode . . . . .	161
10.2	Ellipsoidmethode — ein polynomiales Verfahren . . . . .	164
<b>11</b>	<b>Innere-Punkte-Verfahren von Karmarkar</b>	
11.1	Der Algorithmus von Karmarkar . . . . .	171
11.2	Beendigung des Verfahrens . . . . .	175
11.3	Problemumformulierung . . . . .	177
11.4	Übungsaufgaben . . . . .	181
	Ausblick . . . . .	182
	<b>Nichtlineare Optimierung</b>	
	Überblick . . . . .	183
<b>12</b>	<b>Einführung in die konvexe Optimierung</b>	
12.1	Beispielhafte Problemstellungen . . . . .	185
12.2	Konvexe Mengen . . . . .	188
12.3	Konvexität und Differenzierbarkeit . . . . .	192
12.4	Optimierungseigenschaften . . . . .	204
12.5	Verallgemeinerungen der Resultate . . . . .	208
12.6	Übungsaufgaben . . . . .	214
<b>13</b>	<b>Optimalitätskriterien</b>	
13.1	Probleme ohne Nebenbedingungen . . . . .	217
13.2	Probleme mit Ungleichungsrestriktionen . . . . .	219
13.3	Constraint Qualifications . . . . .	226
13.4	Hinzunahme von Gleichheitsbedingungen . . . . .	231
13.5	Übungsaufgaben . . . . .	233
<b>14</b>	<b>Dualität in der nichtlinearen Optimierung</b>	
14.1	Lagrange-Probleme . . . . .	235
14.2	Dualitätssätze . . . . .	237
14.3	Sattelpunkte . . . . .	240
14.4	Übungsaufgaben . . . . .	244

**15 Algorithmen**

15.1 Konzeption und Konvergenz . . . . .	245
15.2 Komposition von Punkt-Menge-Abbildungen . . . . .	249
15.3 Grundsätzliche Anforderungen an Algorithmen . . . . .	254
15.4 Übungsaufgaben . . . . .	255

**16 Eindimensionale Optimierung (Liniensuche)**

16.1 Zusammenhang mit Nullstellenbestimmung . . . . .	257
16.2 Direkte Suchmethoden für den Minimalpunkt . . . . .	264
16.3 Liniensuche durch Kurvenanpassung . . . . .	269
16.4 Abgeschlossenheit und Ungenauigkeit . . . . .	276
16.5 Übungsaufgaben . . . . .	283

**17 Mehrdim. Suche ohne Nebenbedingungen**

17.1 Allgemeine Verfügbarkeit von Funktionswerten . . . . .	285
17.2 Mehrdimensionale Suche mit Ableitungen . . . . .	290
17.3 Methoden mit konjugierten Richtungen . . . . .	298
17.4 Quasi-Newton-Verfahren (Variable Metrik) . . . . .	305
17.5 Übungsaufgaben . . . . .	309

**18 Verfahren für restringierte Probleme**

18.1 Straffunktionsverfahren (Penalty-Verfahren) . . . . .	312
18.2 Barriere-Funktionen . . . . .	318
18.3 Methode von Zoutendijk . . . . .	323
18.4 Die Gradienten-Projektionsmethode von Rosen . . . . .	328
18.5 Übungsaufgaben . . . . .	334

**19 Karmarkars Algorithmus aus nichtlinearer Sicht**

19.1 Der skalierte steilste Abstieg (SSD) . . . . .	337
19.2 Problemformulierung und Erfolgsmessung . . . . .	339
19.3 Der Algorithmus von Karmarkar . . . . .	341
19.4 Die Komplexität des Karmarkar-Algorithmus . . . . .	344

**20 Pfadverfolgungs-Methoden**

20.1 Der zentrale Pfad eines LP . . . . .	347
20.2 Distanzmessung zum zentralen Pfad . . . . .	350
20.3 Ein Newton-Verfahren auf Kern $A$ . . . . .	351
20.4 Einige vorbereitende Lemmas . . . . .	353
20.5 Pfadfolgende Algorithmen und ihre Analyse . . . . .	356
20.6 Auffinden eines Startpunktes und prob. Analyse . . . . .	364
Ausblick . . . . .	369

**Ganzzahlige/Kombinatorische Optimierung**

Überblick . . . . .	371
<b>21 Ganzzahlige lineare Optimierung</b>	
21.1 Problemstellung . . . . .	373
21.2 Theorie der Ganzzahligen Optimierung . . . . .	374
21.3 Abschätzungen . . . . .	379
21.4 Allgemeines Branch- und Bound-Verfahren . . . . .	384
21.5 Ganzzahlige Optimierung mit Branch und Bound . . . . .	390
21.6 Schnittebenenverfahren . . . . .	392
21.7 Schnittebenengenerierung bei Standardproblemen . . . . .	403
21.8 Übungsaufgaben . . . . .	404
<b>22 Grundbegriffe der Graphentheorie</b>	
22.1 Graphen . . . . .	409
22.2 Grundlegende Zusammenhänge . . . . .	412
22.3 Übungsaufgaben . . . . .	414
<b>23 Komplexität von Problemen/Algorithmen</b>	
23.1 Kodierungslänge, Probleme und Algorithmen (Wiederholung) . . . . .	415
23.2 Die Klassen $\mathbb{P}$ und $\mathbb{NP}$ . . . . .	417
23.3 $\mathbb{NP}$ -vollständige Probleme . . . . .	419
23.4 $\mathbb{NP}$ -schwere und $\mathbb{NP}$ -harte Probleme . . . . .	422
23.5 Übungsaufgaben . . . . .	425
<b>24 Aufspannende Untergraphen und Wege</b>	
24.1 Allg. kombinatorische Optimierungsprobleme . . . . .	427
24.2 Bäume und Wälder . . . . .	429
24.3 Kürzeste Wege in Graphen . . . . .	438
24.4 Übungsaufgaben . . . . .	449
<b>25 Flüsse in Netzwerken</b>	
25.1 Maximalflüsse . . . . .	451
25.2 Das Maximalflussproblem als LP . . . . .	458
25.3 Flüsse mit minimalen Kosten . . . . .	461
25.4 Übungsaufgaben . . . . .	472
<b>26 Heuristiken</b>	
26.1 Das Rucksackproblem . . . . .	475
26.2 Das Traveling-Salesman-Problem . . . . .	488
26.3 Übungsaufgaben . . . . .	504
Ausblick . . . . .	505

## Spieltheorie

Überblick . . . . .	509
<b>27 Einleitung und Begriffsbildung</b>	
27.1 Zweck der Spieltheorie . . . . .	511
27.2 Klassifikationen . . . . .	512
27.3 Übungsaufgaben . . . . .	515
<b>28 Mathematische Modelle für Spiele</b>	
28.1 Der Informationsbegriff . . . . .	517
28.2 Spiele in extensiver Form . . . . .	519
28.3 Spiele in Normalform . . . . .	522
28.4 Gemischte Strategien . . . . .	524
28.5 Spiele in expliziter Form . . . . .	525
28.6 Übungsaufgaben . . . . .	527
<b>29 Gleichgewichtspunkte</b>	
29.1 Die Konzeption . . . . .	529
29.2 Existenz von Gleichgewichtspunkten I . . . . .	530
29.3 Existenz von Gleichgewichtspunkten II . . . . .	535
29.4 Existenz von Gleichgewichtspunkten III . . . . .	537
29.5 Zweckdienlichkeit gemischter Strategien . . . . .	539
29.6 Diskussion des Lösungskonzepts . . . . .	543
29.7 Übungsaufgaben . . . . .	544
<b>30 Zweipersonen-Nullsummenspiele</b>	
30.1 Gleichgewichtsüberlegungen . . . . .	545
30.2 Reduktion von 2-PNSS . . . . .	546
30.3 Bayes-Strategien . . . . .	549
30.4 Minimax-Strategien . . . . .	551
30.5 Definite Zweipersonen-Nullsummenspiele . . . . .	554
30.6 Übungsaufgaben . . . . .	557
<b>31 Zweipersonen-Nullsummenspiele</b>	
31.1 Minimax-Strategien . . . . .	559
31.2 Gemischte Strategien bei 2-PNSS in Matrixform . . . . .	560
31.3 $k \times l$ -Matrixspiele und ihre Lösung als LP . . . . .	564
31.4 Elementare Lösungsmethoden bei Matrixspielen . . . . .	565
31.5 Übungsaufgaben . . . . .	568

<b>32 Zweipersonen-Nichtkonstantsummenspiele</b>	
32.1 Nichtkoop. 2-PNKSS . . . . .	569
32.2 Kooperative Spiele ohne Drohungen . . . . .	578
32.3 Kooperative Spiele mit Drohungen . . . . .	587
32.4 Übungsaufgaben . . . . .	592
<b>33 <math>n</math>-Personenspiele</b>	
33.1 Kooperative $n$ -Personenspiele . . . . .	593
33.2 Koalitionsinterne Auszahlungsaufteilungen . . . . .	596
33.3 Stabile Mengen . . . . .	601
33.4 Der Shapley-Wert . . . . .	604
33.5 Übungsaufgaben . . . . .	606
Ausblick . . . . .	607
<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	609
<b>Index</b> . . . . .	613