

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretischer Rahmen	6
2.1	Verhältnis und Proportion	6
2.1.1	Verwendung von Verhältnis- und Proportionsbegriff im Alltag	7
2.1.2	Bedeutung von Verhältnis und Proportion in der Schulmathematik	9
2.1.2.1	Freudenthal und seine Analyse des Verhältnisbegriffs	10
2.1.2.2	Bruchrechnung	11
2.1.2.3	Prozentrechnung	15
2.1.2.4	Dreisatzrechnung	16
2.1.2.5	Proportionalität	18
2.1.2.6	Ähnlichkeit und Maßstab	21
2.1.2.7	Häufigkeit	24
2.1.2.8	Wahrscheinlichkeit	27
2.1.3	Zwischenfazit	30
2.1.4	Definitionen des Verhältnisbegriffs	32
2.1.5	Mathematische Grundlegung	35
2.1.5.1	Verhältnisse als Relationen	35
2.1.5.2	Verhältnisleichheit als Äquivalenzrelation	38
2.1.6	Zusammenfassung	40
2.2	Zur Entwicklung von Fähigkeiten im Umgang mit Verhältnissen und Proportionen	42
2.2.2	Untersuchungen von Piaget und seinem Umfeld	46
2.2.3	Weitere Untersuchungen	48
2.2.3.1	„Büroklammeraufgabe“ (Karplus, Karplus & Wollman 1974; Hart 1981)	49
2.2.3.2	„Linealaufgabe“ (Karplus, Karplus & Wollman 1974)	50
2.2.3.3	„Bonbonaufgabe“ (Karplus, Karplus & Wollman 1974)	51
2.2.3.4	„Orangensaftexperiment“ (Noelting 1980a; b)	52
2.2.3.5	Zusammenfassende Schlussfolgerungen	53
2.2.4	Strategien und Schwierigkeiten von Kindern im Umgang mit Verhältnissen	54
2.2.4.1	Die falsche Additionsstrategie und weitere Schwierigkeiten im Umgang mit Verhältnissen	55
2.2.4.2	Weitere Ergebnisse zu Lösungsstrategien von Kindern	57
2.3	Zusammenfassung und Forschungslücke	57
3	Empirische Untersuchung	62
3.1	Forschungsfragen	62
3.2	Methodologische Verortung	63
3.3	Zum methodischen Vorgehen	70
3.3.1	Datengewinnung	70

3.3.2	Aufgaben	71
3.3.2.1	Verwendete Kontexte	72
3.3.2.2	Handlungsaufforderungen	75
3.3.2.3	Verwendete Verhältnisse	76
3.3.2.4	Aufgabenhefte	79
3.3.3	Untersuchungsgruppe und Durchführung der Untersuchung	81
3.3.3.1	Durchführung der Klassentests	82
3.3.3.2	Durchführung der Einzelinterviews	83
3.3.4	Datenauswertung	84
3.3.5	Verallgemeinerbarkeit und Güte	86
4	Ergebnisse	89
4.1	Bearbeitungsstrategien	89
4.1.1.	Multiplikative Strategietypen	90
4.1.2	Additive Strategietypen	92
4.1.3	Sonstige Strategietypen	94
4.1.4	Objektivität der Lösungsstrategien	96
4.2	Aufgabenzentrierte Ergebnisse – Bedeutung der Verhältnisart	97
4.2.1	Einfluss der Verhältnisart auf die Lösungsrate	98
4.2.2	Einfluss der Verhältnisart auf das Lösungsverhalten	100
4.2.2.1	Rate-Problems	101
4.2.2.2	Teil-Ganzes-Verhältnisse	112
4.2.2.3	Teil-Teil-Verhältnisse	127
4.2.2.4	Zusammenfassung	139
4.3	Aufgabenzentrierte Ergebnisse – Bedeutung der für die Verhältnisbildung gewählten Zahlenpaare	140
4.3.1	Einfluss der Verhältnisse auf die Lösungsrate	140
4.3.2	Einfluss der Verhältnisse auf das Lösungsverhalten	150
4.3.3	Zusammenfassung	157
4.4	Aufgabenzentrierte Ergebnisse – Bedeutung der Handlungsaufforderung	157
4.4.1	Einfluss der Handlungsaufforderung auf die Lösungsrate	157
4.4.2	Einfluss der Handlungsaufforderung auf das Lösungsverhalten	160
5	Diskussion	166
5.1	Zum methodischen Vorgehen	166
5.2	Zu den Vorgehensweisen im Umgang mit Verhältnissen	169
5.3	Mögliche Konsequenzen für die schulische Praxis	172

6	Ausblick	174
7	Literatur	179
	Verwendete Literatur	179
	Verwendete Schulbücher	187
	Weitere Literatur	188
8	Abbildungsverzeichnis	199
9	Anhang	203