

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einführung</b>	<b>v</b>
<b>I Die algebraische Methode</b>	<b>1</b>
<b>1 Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1 Kongruenzen . . . . .	3
1.2 Potenzreste . . . . .	8
1.3 Kongruenzen in Polynomringen . . . . .	12
1.4 Symmetrische Polynome . . . . .	14
1.5 Verschiedenes von Polynomen über $\mathbb{Q}$ . . . . .	18
1.6 Von den Ringen $\mathbb{Z}[\rho]$ und $\mathbb{Z}[\rho, \zeta]$ . . . . .	22
<b>2 Rationales kubisches Reziprozitätsgesetz</b>	<b>27</b>
2.1 Kreisteilungszahlen der Ordnung 3 . . . . .	27
2.2 Formulierung des Gesetzes . . . . .	32
2.3 Der Beweis nach [G8] . . . . .	38
2.4 Ein zweiter Beweis von Satz 2.5 . . . . .	42
2.5 Ergänzungssatz . . . . .	44
<b>3 Quadratisches Reziprozitätsgesetz</b>	<b>49</b>
3.1 Vorbemerkungen . . . . .	49
3.2 Der Gauß'sche Beweis VI . . . . .	50
<b>4 Biquadratisches Reziprozitätsgesetz</b>	<b>55</b>
4.1 Kreisteilungszahlen der Ordnung 4 . . . . .	55
4.2 Ergänzungssatz . . . . .	63
4.3 Der Ring der Gauß'schen ganzen Zahlen . . . . .	64
4.4 Der Beweis aus [G22] . . . . .	68

4.5	Rationale biquadratische Reziprozität . . . . .	76
<b>II</b>	<b>Die geometrische Methode</b>	<b>83</b>
<b>5</b>	<b>Quadratisches Reziprozitätsgesetz</b>	<b>85</b>
5.1	Vorbemerkungen . . . . .	85
5.2	Der Gauß'sche Beweis III . . . . .	86
5.3	Eine Variation von Beweis III . . . . .	90
5.4	Ergänzungssätze . . . . .	93
<b>6</b>	<b>Von der komplexen Ebene</b>	<b>95</b>
6.1	Netz, Gitter und Parallelogramme . . . . .	95
6.2	Orientierung von Parallelogrammen . . . . .	100
6.3	Intensoren . . . . .	107
6.4	Nächste Gitterpunkte . . . . .	111
6.5	Letzte Vorbereitungen . . . . .	117
<b>7</b>	<b>Biquadratisches Reziprozitätsgesetz</b>	<b>123</b>
7.1	Beweisgrundlage Gauß'sches Lemma . . . . .	123
7.2	Ergänzungssatz . . . . .	131
7.3	Der biquadratische Dezident . . . . .	140
7.4	Der Teilbeweis aus [G19] . . . . .	147
<b>III</b>	<b>Chronik</b>	<b>179</b>
<b>8</b>	<b>Quadratische Reziprozität</b>	<b>181</b>
<b>9</b>	<b>Rationale höhere Reziprozität</b>	<b>193</b>
<b>10</b>	<b>Erweiterung des Feldes der Arithmetik</b>	<b>207</b>
<b>11</b>	<b>Theorie der biquadratischen Reste</b>	<b>221</b>
<b>12</b>	<b>Ausklang</b>	<b>233</b>
<b>13</b>	<b>Ein Nachspiel</b>	<b>245</b>

<b>Anhang</b>	<b>255</b>
<b>A Zur quadratischen Reziprozität</b>	<b>255</b>
A.1 Skizze von Beweis I . . . . .	255
A.2 Skizze von Beweis II . . . . .	257
A.3 Skizze von Beweis VII/VIII . . . . .	259
A.4 Skizze von Beweis IV . . . . .	262
A.5 Skizze von Beweis V . . . . .	264
<b>B Bezeichnungen</b>	<b>267</b>
<b>C Personen</b>	<b>269</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>273</b>
<b>Index</b>	<b>279</b>