

Inhaltsverzeichnis

Einführung	v
I Die algebraische Methode	1
1 Grundlagen	3
1.1 Kongruenzen	3
1.2 Potenzreste	8
1.3 Kongruenzen in Polynomringen	12
1.4 Symmetrische Polynome	14
1.5 Verschiedenes von Polynomen über \mathbb{Q}	18
1.6 Von den Ringen $\mathbb{Z}[\rho]$ und $\mathbb{Z}[\rho, \zeta]$	22
2 Rationales kubisches Reziprozitätsgesetz	27
2.1 Kreisteilungszahlen der Ordnung 3	27
2.2 Formulierung des Gesetzes	32
2.3 Der Beweis nach [G8]	38
2.4 Ein zweiter Beweis von Satz 2.5	42
2.5 Ergänzungssatz	44
3 Quadratisches Reziprozitätsgesetz	49
3.1 Vorbemerkungen	49
3.2 Der Gauß'sche Beweis VI	50
4 Biquadratisches Reziprozitätsgesetz	55
4.1 Kreisteilungszahlen der Ordnung 4	55
4.2 Ergänzungssatz	63
4.3 Der Ring der Gauß'schen ganzen Zahlen	64
4.4 Der Beweis aus [G22]	68

4.5	Rationale biquadratische Reziprozität	76
II Die geometrische Methode		83
5	Quadratisches Reziprozitätsgesetz	85
5.1	Vorbemerkungen	85
5.2	Der Gauß'sche Beweis III	86
5.3	Eine Variation von Beweis III	90
5.4	Ergänzungssätze	93
6	Von der komplexen Ebene	95
6.1	Netz, Gitter und Parallelogramme	95
6.2	Orientierung von Parallelogrammen	100
6.3	Intensoren	107
6.4	Nächste Gitterpunkte	111
6.5	Letzte Vorbereitungen	117
7	Biquadratisches Reziprozitätsgesetz	123
7.1	Beweisgrundlage Gauß'sches Lemma	123
7.2	Ergänzungssatz	131
7.3	Der biquadratische Dezident	140
7.4	Der Teilbeweis aus [G19]	147
III Chronik		179
8	Quadratische Reziprozität	181
9	Rationale höhere Reziprozität	193
10	Erweiterung des Feldes der Arithmetik	207
11	Theorie der biquadratischen Reste	221
12	Ausklang	233
13	Ein Nachspiel	245

Anhang	255
A Zur quadratischen Reziprozität	255
A.1 Skizze von Beweis I	255
A.2 Skizze von Beweis II	257
A.3 Skizze von Beweis VII/VIII	259
A.4 Skizze von Beweis IV	262
A.5 Skizze von Beweis V	264
B Bezeichnungen	267
C Personen	269
Literaturverzeichnis	273
Index	279