

Inhalt

Einführung: Zur Lösung algebraischer Gleichungen	1
1 Elementare Gruppentheorie	9
1.1 Gruppen	10
1.2 Nebenklassen, Normalteiler, Faktorgruppen	15
1.3 Zyklische Gruppen	20
2 Ringe und Polynome	25
2.1 Ringe, Polynomringe einer Variablen	28
2.2 Ideale	34
2.3 Ringhomomorphismen, Faktorringe	37
2.4 Primfaktorzerlegung	44
2.5 Polynomringe in mehreren Variablen	54
2.6 Nullstellen von Polynomen	60
2.7 Der Satz von Gauß	61
2.8 Irreduzibilitätskriterien	67
2.9 Elementarteilertheorie*	70
3 Algebraische Körpererweiterungen	85
3.1 Die Charakteristik eines Körpers	87
3.2 Endliche und algebraische Körpererweiterungen	89
3.3 Ganze Ringerweiterungen*	96
3.4 Algebraischer Abschluss eines Körpers	103
3.5 Zerfällungskörper	110
3.6 Separable Körpererweiterungen	114
3.7 Rein inseparable Körpererweiterungen	122
3.8 Endliche Körper	126
3.9 Anfänge der Algebraischen Geometrie*	129
4 Galois-Theorie	137
4.1 Galois-Erweiterungen	139
4.2 Proendliche Galois-Gruppen*	146
4.3 Die Galois-Gruppe einer Gleichung	158
4.4 Symmetrische Polynome, Diskriminante und Resultante*	167
4.5 Einheitswurzeln	182

VIII Inhalt

4.6	Lineare Unabhängigkeit von Charakteren	192
4.7	Norm und Spur	194
4.8	Zyklische Erweiterungen	200
4.9	Multiplikative Kummer-Theorie*	206
4.10	Allgemeine Kummer-Theorie und Witt-Vektoren*	211
4.11	Galois-Descent*	230
5	Fortführung der Gruppentheorie	237
5.1	Gruppenaktionen	238
5.2	Sylow-Gruppen	243
5.3	Permutationsgruppen	251
5.4	Auflösbare Gruppen	255
6	Anwendungen der Galois-Theorie	261
6.1	Auflösbarkeit algebraischer Gleichungen	262
6.2	Algebraische Gleichungen vom Grad 3 und 4*	270
6.3	Der Fundamentalsatz der Algebra	279
6.4	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal	282
7	Transzendente Erweiterungen	291
7.1	Transzendenzbasen	292
7.2	Tensorprodukte*	298
7.3	Separable, primäre und reguläre Erweiterungen*	310
7.4	Kalkül der Differentiale*	320
	Anhang: Lösungshinweise zu den Aufgaben	331
	Literatur	365
	Symbolverzeichnis	367
	Namen- und Sachverzeichnis	371