

Inhalt

1. Hinführung und Vorbemerkungen	12
1.1 « <i>E hoch Dings</i> »: Zum Gegenstand dieser Arbeit	12
1.2 Disziplinäre Ausrichtung	17
1.3 Überblick über die Arbeit	18
2. Fragestellung	21
3. Forschungsstand	24
3.1 Mathematikdidaktik und Sprachwissenschaft	25
3.2 Entwicklungen in der Mathematikdidaktik	28
3.2.1 Die «Neue Mathematik»	28
3.2.2 Repräsentationistisches und konstruktivistisches Paradigma ...	30
3.3 Unterrichtskommunikation	33
3.4 Forschungsfelder	41
3.4.1 «Interpretative Unterrichtsforschung»: Muster und Rahmung ..	41
3.4.2 Soziologische Aspekte der Mathematik	47
3.4.3 Erklären und Argumentieren	52
3.4.4 Gebrauch der «Fachsprache» im Unterricht	58
3.4.5 Mehrdeutigkeit und Vagheit	61
3.4.6 Textaufgaben	65
3.4.7 Sprachliche Eigenproduktionen der Lernenden	68
3.4.8 Mathematikkonzeption von Lakoff/Núñez	74
3.4.9 Multimodalität	76
3.5 Zusammenfassung des bisherigen Forschungsdiskurses	78
3.6 Würdigung des bisherigen Forschungsdiskurses	80
4. Fachsprache	82
4.1 Überblick über die Fachsprachenforschung	82
4.2 Kritische Würdigung der Fachsprachenforschung	83
4.3 Die Fachsprache der Mathematik	84
4.4 Schriftliche und mündliche Fachkommunikation	86
4.5 Abgrenzbarkeit von «Fach- und Gemeinsprache»	88
4.6 Konsequenzen für die vorliegende Arbeit	89

5. Einordnung in disziplinäre Traditionen	90
5.1 Gesprächsanalyse	91
5.2 Von der Gesprächsanalyse zur Analyse multimodaler Kommunikation	94
5.3 Untersuchungen in der Tradition der <i>Multimodal Discourse</i> Analysis	102
5.4 Die Theorie der Systemic Functional Linguistics	105
5.5 Anwendung der Systemic Functional Linguistics auf die Mathematik	107
5.6 Einordnung der vorliegenden Arbeit	108
6. Operationalisierungen	109
6.1 Mathematikkonzeption	109
6.1.1 Überblick	109
6.1.2 Die Zeichentheorie von Charles Sanders Peirce	110
6.1.3 Anwendung von Peirce' Theorie in der vorliegenden Arbeit ...	111
6.1.4 Die Mathematikkonzeption der vorliegenden Arbeit	114
6.2 Ein Modell multimodaler Kommunikation	115
6.2.1 Modalität	117
6.2.1.1 Natürliche Sprache	117
6.2.1.2 Prosodie	119
6.2.1.3 Typografie und Textgestaltung	121
6.2.1.4 Kinesik	122
6.2.1.5 Mathematisches Kalkül	124
6.2.1.6 Grafische Darstellungen	127
6.2.1.7 Weitere Modalitäten	131
6.2.2 Medium	132
6.2.3 Phänomene erster und höherer Ordnung	134
7. Methodik und Korpus	136
7.1 Analyseprämissen	136
7.2 Datenerhebung	138
7.2.1 Theoretische Überlegungen	138
7.2.2 Umsetzung	142
7.2.2.1 Beteiligte Dozierende und Klassen	143
7.2.2.2 Klassenräume	145

7.2.2.3	Unterrichtssprache	145
7.2.2.4	Durchführung der Datenerhebung	146
7.2.2.5	Reaktion der Studierenden auf die Datenerhebung	148
7.3	Transkription	150
7.3.1	Theoretische Überlegungen	150
7.3.2	Umsetzung	152
7.4	Analyse	154
7.4.1	Theoretische Überlegungen	154
7.4.2	Umsetzung	158
8.	Darstellung mathematischer Eigenschaften	162
8.1	Mathematische Grundlagen	162
8.2	Der analysierte Unterrichtsausschnitt	164
8.3	Beziehungen zu bereits bekannten mathematischen Größen	169
8.4	Darstellung der Eigenschaften von Differentialgleichungen	170
8.4.1	Auftreten von zwei Variablen	171
8.4.1.1	Verbale Mittel	171
8.4.1.2	Formale und natürlichsprachliche Notationen an der Wandtafel	173
8.4.2	Zuordnungscharakter	173
8.4.2.1	Verbale Mittel und natürlichsprachliche Notationen an der Wandtafel	174
8.4.2.2	Grafische und gestische Repräsentation des Zuordnungscharakters	177
8.5	Darstellung der Eigenschaften im Skript	181
8.5.1	«Beispiel»	184
8.5.2	«Definition»	184
8.6	Fazit	185
9.	Darstellung vertikaler Relationen	189
9.1	Mathematische Grundlagen	189
9.2	Der analysierte Unterrichtsausschnitt	191
9.3	Kommunikative Mittel zur Darstellung vertikaler Relationen	200
9.3.1	Zielformulierungen	200
9.3.2	Umformung durch identische Operationen auf beiden Seiten einer Gleichung	204
9.3.3	Umformung durch Substitution	207

9.3.4	Elemente einer Gleichung ‹virtuell› verschieben	209
9.3.5	Bestehende Gleichungen ergänzen	213
9.3.6	Blickrichtung und Körperorientierung	216
9.3.7	Elemente einer Gleichung schrittweise übertragen.	221
9.3.8	Verbal und symbolisch explizit ausgedrückte kausal-logische Beziehungen	229
9.3.9	Status von Gleichungen benennen	230
9.3.10	Bestehende Gleichungen modifizieren	233
9.4	Fazit.	241

10. Darstellung horizontaler Relationen 243

10.1	Mathematische Grundlagen	243
10.2	Der analysierte Unterrichtsausschnitt	245
10.3	Kommunikative Mittel zur Darstellung horizontaler Relationen.	256
10.3.1	Allgemeine Situierung der Umformungen	256
10.3.1.1	Erste Zielformulierung und Notation des Terms A	257
10.3.1.2	Zielformulierung vor der Umformung des Terms B in den Term C	259
10.3.1.3	Standortbestimmung nach der Notation des Terms D	261
10.3.1.4	Rückblick am Schluss der Umformungen	263
10.3.1.5	Zusammenfassung	265
10.3.2	Sequenzielle Strukturierung und räumliche Anordnung der Notation	265
10.3.2.1	Umformung des Terms A in den Term B	266
10.3.2.2	Umformung des Terms C in den Term D	274
10.3.2.3	Zusammenfassung	285
10.3.3	Virtuelle Elemente	286
10.3.4	Blickrichtung und Körperorientierung	290
10.3.5	Verwendete Verbformen	294
10.3.5.1	Grammatikalisches Subjekt	296
10.3.5.2	Modalverben	297
10.3.5.3	Bezeichnungen für mathematische Operationen	297
10.3.5.4	Handlungspraktische Verben	298
10.3.5.5	Verben mit Bezug zur Notationsweise.	299
10.3.5.6	Verben ohne Fachspezifik.	300
10.3.5.7	Zusammenfassung	301

10.4 Fazit	301
11. Synopse	305
11.1 Zusammenfassung	305
11.1.1 Fragestellung und Vorgehen	305
11.1.2 Resultate	307
11.1.3 Generalisierbarkeit	314
11.2 Relevanz der vorliegenden Arbeit	315
11.2.1 Für die Sprachwissenschaft	315
11.2.2 Für die Didaktik der Mathematik	317
11.2.3 Für die Philosophie der Mathematik	319
12. Literatur	321
13. Anhang: Transkriptionskonventionen	346