

# Inhalt

Einführung: Zur Lösung algebraischer Gleichungen . . . . .	1
1 Elementare Gruppentheorie . . . . .	9
1.1 Gruppen . . . . .	10
1.2 Nebenklassen, Normalteiler, Faktorgruppen . . . . .	15
1.3 Zyklische Gruppen . . . . .	20
2 Ringe und Polynome . . . . .	25
2.1 Ringe, Polynomringe einer Variablen . . . . .	28
2.2 Ideale . . . . .	34
2.3 Ringhomomorphismen, Faktorringe . . . . .	37
2.4 Primfaktorzerlegung . . . . .	44
2.5 Polynomringe in mehreren Variablen . . . . .	54
2.6 Nullstellen von Polynomen . . . . .	60
2.7 Der Satz von Gauß . . . . .	61
2.8 Irreduzibilitätskriterien . . . . .	67
2.9 Elementarteilertheorie* . . . . .	70
3 Algebraische Körpererweiterungen . . . . .	85
3.1 Die Charakteristik eines Körpers . . . . .	87
3.2 Endliche und algebraische Körpererweiterungen . . . . .	89
3.3 Ganze Ringerweiterungen* . . . . .	96
3.4 Algebraischer Abschluss eines Körpers . . . . .	103
3.5 Zerfällungskörper . . . . .	110
3.6 Separable Körpererweiterungen . . . . .	114
3.7 Rein inseparable Körpererweiterungen . . . . .	122
3.8 Endliche Körper . . . . .	126
3.9 Anfänge der Algebraischen Geometrie* . . . . .	129
4 Galois-Theorie . . . . .	137
4.1 Galois-Erweiterungen . . . . .	139
4.2 Proendliche Galois-Gruppen* . . . . .	146
4.3 Die Galois-Gruppe einer Gleichung . . . . .	158
4.4 Symmetrische Polynome, Diskriminante und Resultante* . . . . .	167
4.5 Einheitswurzeln . . . . .	182

4.6	Lineare Unabhängigkeit von Charakteren . . . . .	192
4.7	Norm und Spur . . . . .	194
4.8	Zyklische Erweiterungen . . . . .	200
4.9	Multiplikative Kummer-Theorie* . . . . .	206
4.10	Allgemeine Kummer-Theorie und Witt-Vektoren* . . . . .	211
4.11	Galois-Descent* . . . . .	230
5	Fortführung der Gruppentheorie . . . . .	237
5.1	Gruppenaktionen . . . . .	238
5.2	Sylow-Gruppen . . . . .	243
5.3	Permutationsgruppen . . . . .	251
5.4	Auflösbare Gruppen . . . . .	255
6	Anwendungen der Galois-Theorie . . . . .	261
6.1	Auflösbarkeit algebraischer Gleichungen . . . . .	262
6.2	Algebraische Gleichungen vom Grad 3 und 4* . . . . .	270
6.3	Der Fundamentalsatz der Algebra . . . . .	279
6.4	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal . . . . .	282
7	Transzendente Erweiterungen . . . . .	291
7.1	Transzendenzbasen . . . . .	292
7.2	Tensorprodukte* . . . . .	298
7.3	Separable, primäre und reguläre Erweiterungen* . . . . .	310
7.4	Kalkül der Differentiale* . . . . .	320
	Anhang: Lösungshinweise zu den Aufgaben . . . . .	331
	Literatur . . . . .	365
	Symbolverzeichnis . . . . .	367
	Namen- und Sachverzeichnis . . . . .	371