

# Inhalt

<b>1. Einleitung und Begründung des Forschungsthemas .....</b>	<b>1</b>
1.1. Wozu überhaupt eine Diskussion über „Messfehler“? .....	1
1.2. Verstehensschwierigkeiten im Umgang mit Messunsicherheiten .....	5
1.3. Wozu die Thematisierung im Physikalischen Grundpraktikum? .....	6
1.4. Eingrenzung der Thematik .....	7
1.5. Aufbau der Arbeit .....	7
<b>2. Clearing the ground: was heißt hier eigentlich „Fehler“? .....</b>	<b>9</b>
2.1. FEHLER – eine Begriffssuche .....	9
2.2. FEHLER – der Versuch ihrer mathematischen Zähmung .....	10
2.3. FEHLER – ein multidisziplinäres Forschungsfeld .....	13
2.3.1. FEHLERforschung am Beispiel der Erziehungs- und Sozialwissenschaften.....	14
2.3.2. FEHLERforschung in den Naturwissenschaftsdidaktiken .....	22
2.4. Positionierung der vorliegenden Arbeit .....	23
<b>3. Methodologie und methodisches Vorgehen .....</b>	<b>25</b>
3.1. Zentrale Aspekte der vorliegenden Studie .....	25
3.2. Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion .....	25
3.2.1. Beschreibung des Modells .....	25
3.2.2. Iterativer Charakter und Reflexivität .....	26
3.2.3. Die Didaktische Rekonstruktion als Metatheorie .....	27
3.2.4. Theoretische Einordnung .....	28
3.2.5. Inhaltliche Aufgaben des Modells der Didaktischen Rekonstruktion .....	36
3.2.6. Methodisches Vorgehen in der Didaktischen Rekonstruktion.....	40
3.2.7. Unterschiede zu anderen Ansätzen / Besonderheiten des Modells.....	40
3.2.8. Grenzen des Modells und Kritik .....	41
3.3. Methodologische Positionierung und Adaption des Modells .....	42
3.3.1. Theoretische Positionierung.....	43
3.3.2. Erweiterung des Modells .....	46
3.3.3. Zum Ziel der Darstellung verallgemeinerten Objektivierung und subjektiver Komplexität: Denkfiguren und Denkgefüge.....	53

3.4.	Methodische Positionierung.....	57
3.4.1.	Forschungsausrichtung der vier Aufgabenbereiche .....	57
3.4.2.	Wahl des Forschungsdesigns: quantitativ oder qualitativ? .....	59
3.4.3.	Hypothesen und Vorwissen .....	60
3.4.4.	Abduktion nach Peirce .....	63
3.4.5.	Triangulation.....	69
3.4.6.	Gütekriterien .....	73
3.4.7.	Auswertungsmethoden.....	75
3.4.8.	Unterscheidung handlungsleitender Kognitionen .....	78
<b>4.</b>	<b>Analyse der Fachperspektiven (Fachliche Klärung) .....</b>	<b>81</b>
4.1.	Konzeption und Inhalt der fachlichen Klärung.....	81
4.1.1.	Forschungsfragen.....	82
4.1.2.	Analysemethode.....	83
4.1.3.	Zu analysierendes Material .....	84
4.2.	Begriffliche Klärung .....	88
4.2.1.	Ein deutscher Begriff für die ERRORES .....	89
4.2.2.	Auf der Suche nach dem wahren Wert .....	115
4.2.3.	Von den verschiedenen Möglichkeiten, genau zu sein.....	120
4.2.4.	Kategorien der ERRORES: ursachen-, wirkungs- oder prozessbezogen? .....	123
4.3.	Inhaltliche Klärung .....	149
4.3.1.	Die beiden Weltensysteme der Beschreibung von Wahrscheinlichkeit als Grundlage der THEORIA ERRORUM .....	154
	A. Der frequentistische Ansatz .....	154
	B. Der bayes'sche Ansatz .....	156
4.3.2.	Die Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie auf die THEORIA ERRORUM ..	159
	A. Die THEORIA ERRORUM nach dem frequentistischen Ansatz: Die konventionelle FEHLERRECHNUNG .....	160
	B. Die THEORIA ERRORUM nach dem bayes'schen Ansatz: Abschätzung von Unsicherheiten .....	194
	C. Die THEORIA ERRORUM nach GUM: Das Beste aus zwei Welten oder ein fauler Kompromiss? .....	203

4.4.	Darstellung und kontextuelle Einbindung in der Lehrliteratur .....	221
4.4.1.	Explizite Thematisierung .....	222
4.4.2.	Kontextuelle Einbettung in das gesamte Lehrbuch.....	224
4.4.3.	Aussagen zur wissenschaftstheoretischen und epistemologischen Positionierung .....	237
4.5.	Zusammenfassung der fachlichen Klärung und Fazit aus didaktischer Sicht...	246
4.5.1.	Ergebnisse der fachlichen Klärung .....	246
4.5.2.	Folgerung für die didaktische Strukturierung .....	248
4.5.3.	Kritik der Methoden der fachlichen Klärung .....	249
<b>5.</b>	<b>Historische Klärung.....</b>	<b>251</b>
5.1.	Einordnung, Stand der Forschung und Positionierung .....	251
5.1.1.	Wofür eine historische Klärung? .....	251
5.1.2.	Ausrichtung der historischen Klärung und Begründung der Fokussierung.....	255
5.1.3.	Die <i>zehn elementaren Konzepte</i> der Vorstellungen über die Natur der und den Umgang mit <i>ERRORES</i> .....	257
5.1.4.	Stand der Forschung.....	258
5.1.5.	Positionierung dieser Arbeit und abgeleitete Forschungsfragen.....	259
5.1.6.	In der historischen Klärung verwendetes Material .....	261
5.1.7.	Aspekte zur Konstruktion der Denkgefüge.....	263
5.2.	Historischer Überblick .....	264
5.3.	Die klassische griechische Naturphilosophie.....	266
5.3.1.	Aristarchos von Samos (310-230 v. Chr.).....	270
5.3.2.	Hipparchos (190-125 v. Chr.) .....	273
5.3.3.	Zusammenfassung aus didaktischer Sicht.....	276
5.4.	Der Beginn der „modernen Naturwissenschaft“: Das 17. Jahrhundert.....	278
5.4.1.	Hintergrund .....	278
5.4.2.	Johannes Kepler (1571-1630) .....	287
5.4.3.	Von Kepler zu Galilei .....	304
5.4.4.	Galileo Galilei (1564-1642) .....	307
5.4.5.	Zusammenfassung aus didaktischer Sicht.....	336
5.4.6.	Von Kepler und Galilei zum wahrscheinlichkeitstheoretischen Ansatz einer <i>THEORIA ERRORUM</i> .....	341

5.5.	Der Beginn der präzisen Messung: das 18. Jahrhundert.....	364
5.5.1.	John Robison (1739-1805).....	367
5.5.2.	Charles-Augustin de Coulomb (1736–1806).....	382
5.5.3.	Zusammenfassung aus didaktischer Sicht.....	401
5.6.	Die Zähmung der Zufälligkeit: das 19. Jahrhundert .....	403
5.6.1.	Zusammenfassung aus didaktischer Sicht.....	406
5.6.2.	Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855).....	409
5.7.	Die Gauss-Laplace'sche Synthese .....	432
5.7.1.	Die Entwicklung der Methode der kleinsten Quadrate .....	432
5.7.2.	Der vergessene Hintergrund der Gauss-Laplace'schen Methoden .....	444
5.7.3.	Eine Begründungen des Gauss-Laplace'schen Ansatzes: Die Elementarfehlerhypothese.....	452
5.8.	Zusammengefasste Darstellung der weiteren Entwicklung der THEORIA ERRORUM .....	456
5.9.	Zusammenfassung der historischen Klärung und Fazit aus didaktischer Sicht	458
5.9.1.	Vielfalt der Denkansätze .....	458
5.9.2.	Motoren der Entwicklung in Bezug auf eine THEORIA ERRORUM.....	460
5.9.3.	Die wirklich Gauss'sche THEORIA ERRORUM.....	461
5.9.4.	Die Expertise und Erfahrung der Experimentierenden .....	462
5.9.5.	Die Entkopplung von Genese und Auswertung.....	463
5.10.	Kritik der Methode der historischen Klärung .....	464
<b>6.</b>	<b>Empirische Klärung der Lernendenvorstellungen .....</b>	<b>465</b>
6.1.	Hintergrund der empirischen Klärung .....	465
6.2.	Stand der Forschung.....	466
6.2.1.	Strukturierung der Darstellung bisheriger Studien .....	466
6.2.2.	Zusammenfassung der bisherigen Forschungsarbeiten und der sich daraus ergebenden weiteren Forschungsansätze .....	482
6.2.3.	Forschungsfragen und Zugänge zum Forschungsfeld .....	484
6.2.4.	Begriffliche Klärung .....	486
6.3.	Beschreibung und Begründung der Sondierungsstudie .....	487
6.3.1.	Anforderungen an das Instrument der Sondierungsstudie .....	487
6.3.2.	Beschreibung und Begründung des Instruments der Sondierungsstudie .....	488
6.3.3.	Beschreibung von <i>pre-</i> und <i>post-</i> Studie.....	493

6.3.4.	Umsetzung der Sondierungsstudie.....	501
6.4.	Ergebnisse der Sondierungsstudie .....	507
6.4.1.	Erwartungen an die Ergebnisse der Sondierungsstudie .....	508
6.4.1.A	Ergebnispräsentation.....	509
6.4.1.B	Experimentelle Entscheidungssituationen .....	509
6.4.1.C	Manifestation der experimentellen Genauigkeit .....	510
6.4.2.	Analysemethoden der Sondierungsstudie .....	511
6.4.3.	Ergebnisse der einzelnen Auswertungsschritte.....	518
6.4.3.1.	Erster Auswertungsschritt: Ergebnisse der Sondierungsstudie anhand der <i>itemkonsistenten induktiven Kategorienbildung</i> .....	518
	Teil A Ergebnispräsentation.....	518
6.4.3.2.	Paralleler zweiter Auswertungsschritt: Konstruktion eines <i>item- übergreifenden abduktiv</i> geschlossenen ersten <i>Arbeitsmodells der handlungsleitenden Kognitionen</i> .....	531
	Teil B Experimentelle Entscheidungssituationen .....	533
6.4.3.C	Manifestation der Genauigkeit .....	546
6.4.3.3.	Dritter Auswertungsschritt: Ergebnisse der Sondierungsstudie als Konstruk- tion <i>itemübergreifender, personenkonsistenter Verständnisse</i> (Denkgefüge) ..	560
6.4.4.	Zwischenfazit zu den Ergebnissen der drei Auswertungsschritte der Sondierungsstudie .....	570
6.5.	Beschreibung und Begründung der Vertiefungsstudie .....	575
6.5.1.	Anforderungen an das Instrument der Vertiefungsstudie .....	576
6.5.2.	Darstellung und Begründung von Designs und Umsetzung .....	576
6.5.3.	Umsetzung der Vertiefungsstudie.....	584
6.6.	Ergebnisse der Vertiefungsstudie.....	585
6.6.1.	Erwartungen an die Ergebnisse der Vertiefungsstudie .....	585
6.6.2.	Analysemethoden der Vertiefungsstudie .....	585
6.6.3.	Ergebnisse der Vertiefungsstudie in den einzelnen Teilstudien .....	586
6.6.3.A	Erster Teil der Vertiefungsstudie: Schriftliche Befragung .....	586
6.6.3.B und C	Zweiter und dritter Teil der Vertiefungsstudie: Beobachtungsstudie mit Informationen aus Teilstudie Interview .....	589
6.6.4.	Zwischenfazit der Ergebnisse der Vertiefungsstudie.....	622
6.7.	Zusammenfassung der Ergebnisse und Fazit aus didaktischer Sicht.....	625
6.8.	Kritik der Methoden der empirischen Klärung der Lernendenvorstellungen ...	630

<b>7. Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse unter der Perspektive der didaktischen Strukturierung</b> .....	<b>633</b>
7.1. Die fachlichen Inhalte .....	633
7.1.1. Ansatz der THEORIA ERRORUM: GUM.....	633
7.1.2. Hintergrund der THEORIA ERRORUM: <i>Gauss lesen!</i> .....	635
7.1.3. Terminologie: Unsicherheit und Abweichung.....	635
7.1.4. Kategorien: Umsetzungsbezogen.....	637
7.2. Die dreifache Entkopplung: informationsbezogen, kognitionsbezogen, arbeitsteilungsbezogen.....	638
7.2.1. Informationsbezogen.....	638
7.2.2. Kognitionsbezogen.....	639
7.2.3. Arbeitsteilungsbezogen.....	640
7.2.4. Say, what is! Formulierung eines informationsleitenden Ansatzes .....	642
7.3. Die abstrahierten grundlegenden Beschreibungen.....	644
7.3.1. Strukturierung und Analyse durch das <i>Modell handlungsleitender Kognitionen im experimentellen Kontext</i> .....	644
7.3.2. Die zehn elementaren Konzepte .....	645
7.3.3. Denkgefüge als Beispiele komplexen Denkens .....	645
7.4. Rahmen der Lernumgebung.....	646
7.4.1. Fehlerkultur .....	646
7.4.2. Quantitativ kritische Situationen schaffen .....	651
7.5. Zusammenfassung der Forderungen für die didaktische Strukturierung .....	652
7.6. Kritik und Reformen des Physikalischen Praktikums.....	653
<b>8. Folgerungen und Beispiele für eine Didaktische Strukturierung</b> .....	<b>659</b>
8.1. Lernumfeld.....	659
8.2. Inhalt .....	662
8.3. Experimenteller Kontext .....	665
<b>9. Zusammenfassung und Fazit</b> .....	<b>681</b>
9.1. Überblick über die Resultate dieser Arbeit .....	681
9.2. Zentrale Ergebnisse dieser Arbeit .....	681
9.2.1. Aufgezeigte Probleme der Thematik aus fachlicher und didaktischer Sicht ....	681
9.2.2. Repräsentationen der Vorstellungen über die Unsicherheit beim Messen .....	683

9.2.3. Entkopplungen im Verstehen der begrenzten experimentellen Genauigkeit und ihre Bedeutung für den Lernprozess .....	686
9.2.4. Unterschiede zwischen verhaltensfernen und verhaltensnahen handlungsleitenden Kognitionen.....	686
9.3. Vorschlag zur didaktischen Aufbereitung des Gegenstandes .....	687
9.4. Resümee und Ausblick.....	688
Literaturverzeichnis.....	<b>IX</b>
Abbildungsverzeichnis .....	<b>XXXVIII</b>
Tabellenverzeichnis.....	<b>XL</b>
Verzeichnis Denkgefüge .....	<b>XL</b>
Verzeichnis Info .....	<b>XL</b>
Verzeichnis Weggabelungen – elementare Konzepte des Verstehens von ERRORES.....	<b>XLI</b>
Anhang .....	<b>XLII</b>
Anhang A: Glossar	
Anhang B1: Instrument des <i>pre</i> -Tests Sondierungsstudie	
Anhang B2: Instrument des <i>post</i> -Tests Sondierungsstudie	
Anhang C: Konstruktion von Verständnissen der Sondierungsstudie	
Anhang D: Transkripte Vertiefungsstudie	