

Inhaltsverzeichnis

Einleitung.....	7
I Ziele des Geometrieunterrichts (H.-G. Weigand).....	13
1 Lernziele, Kompetenzen und Leitlinien.....	13
2 Allgemeine Ziele des Geometrieunterrichts	17
2.1 Geometrie und die Erschließung der Welt.....	17
2.2 Grundlagen wissenschaftlichen Denkens und Arbeitens.....	21
2.3 Geometrie und Problemlösen	22
3 Inhaltsspezifische Ziele des Geometrieunterrichts.....	24
3.1 Verständnis geometrischer Begriffe und ihrer Eigenschaften	25
3.2 Lernen geometrischer Denk- und Arbeitsweisen.....	27
3.3 Erkennen der Beziehung zwischen Geometrie und Wirklichkeit ..	28
4 Zur Unterrichtskultur	30
II Beweisen und Argumentieren (G. Wittmann).....	35
1 Beweisen in der Geometrie.....	36
1.1 Was ist ein Beweis?.....	36
1.2 Funktionen des Beweisens.....	37
1.3 Beweis und Beweisfindung	40
1.4 Beweistypen	43
2 Beweisen und Argumentieren im Unterricht	44
2.1 Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern	45
2.2 Mathematisch argumentieren.....	47
2.3 Inhaltlich-anschauliche Beweise	51
III Konstruieren (M. Ludwig und H.-G. Weigand)	55
1 Konstruktive Zugänge zur Geometrie.....	55
1.1 Spannen von Seilen und Bändern	55
1.2 Falten	57
1.3 Zeichnen	58
2 Die Werkzeuge	59
2.1 Die Klassiker: Zirkel und Lineal	59
2.2 Die Praktischen: Parallelzeichner und Geodreieck.....	60
2.3 Die Modernen: Computer.....	62
3 Konstruieren als mathematische Tätigkeit.....	62
3.1 Bedeutung von Zirkel-und-Lineal-Konstruktionen	63
3.2 Was versteht man unter Konstruieren?.....	64
3.3 Konstruktionsbeschreibungen.....	66

4	Vom Einfachen zum Komplexen.....	68
4.1	Grund- und Standardkonstruktionen.....	68
4.2	Das Modulkonzept.....	70
5	Didaktische Bedeutung von Konstruktionsaufgaben.....	71
5.1	Konstruieren als Problemlösen.....	71
5.2	Warum Zirkel- und Lineal-Konstruktionen?.....	74
5.3	Konstruktionen mit dem Computer.....	76
IV	Problemlösen (G. Wittmann).....	81
1	Problemlösen im Geometrieunterricht.....	82
1.1	Was ist ein Problem?.....	82
1.2	Schritte im Problemlöseprozess.....	85
1.3	Ziele des Problemlösens.....	86
2	Problemlösen lehren und lernen.....	90
2.1	Allgemeine heuristische Strategien.....	90
2.2	Inhaltsspezifische heuristische Strategien.....	94
2.3	Hilfen im Lösungsprozess.....	97
V	Begriffslernen und Begriffslehren (H.-G. Weigand).....	99
1	Zum Prozess der Begriffsbildung.....	99
1.1	Mentale Modelle.....	100
1.2	Phänomene als Ausgangspunkte.....	101
2	Lernen geometrischer Begriffe.....	103
2.1	Aufbau angemessener Vorstellungen.....	103
2.2	Erwerb von Kenntnissen.....	109
2.3	Aneignung von Fähigkeiten.....	110
3	Das Definieren geometrischer Begriffe.....	111
3.1	Logische Aspekte von Definitionen.....	111
3.2	Definitionen im Geometrieunterricht.....	113
3.3	Genetische und charakterisierende Definitionen.....	114
4	Strategien des Begriffslehrens.....	115
4.1	Kurzfristiges Lehren geometrischer Begriffe.....	116
4.2	Mittelfristiges Lehren geometrischer Begriffe.....	117
4.3	Langfristiges Lehren geometrischer Begriffe.....	119
VI	Ebene Figuren und Körper (J. Roth und G. Wittmann).....	123
1	Lehren und Lernen von Figuren und Körpern.....	123
1.1	Interne und externe Bezüge.....	123
1.2	Bedeutung operativer Begriffsbildungen.....	124
2	Dreiecke.....	126
2.1	Dreiecke als Grundbausteine.....	126
2.2	Dreiecksgrundformen.....	128

3	Vierecke.....	133
	3.1 Begriffsumfang der Vierecksbegriffe.....	133
	3.2 Viereckseigenschaften und Haus der Vierecke.....	135
4	Körper.....	139
	4.1 Lernen der Körpergrundformen.....	140
	4.2 Körpermodelle und -netze.....	144
5	Raumvorstellung und Kopfgeometrie.....	147
	5.1 Raumvorstellung.....	147
	5.2 Kopfgeometrie.....	151
VII	Flächeninhalt und Volumen (S. Kuntze).....	157
1	Messen als Leitidee für Flächeninhalts- und Volumenbestimmung..	158
	1.1 Ziele.....	158
	1.2 Flächen- und Volumenmessung im Laufe der Schuljahre.....	159
	1.3 Aspekte des Messens.....	159
	1.4 Kontexte des Messens.....	161
2	Flächeninhaltsbegriff und Volumenbegriff.....	166
	2.1 Flächeninhalte und Volumina als Größenbereiche.....	167
	2.2 Flächeninhaltsbegriff.....	168
	2.3 Auslegen bzw. Ausfüllen.....	173
	2.4 Zerlegen und Ergänzen.....	174
	2.5 Flächen- und Körperverwandlungen.....	177
	2.6 Approximieren von Flächen- und Rauminhalten.....	179
	2.7 Zusammenhänge: Flächeninhalts- und Volumenformeln.....	182
	2.8 Funktionale Zusammenhänge bei Flächeninhaltsformeln.....	183
3	Ausblicke.....	184
VIII	Symmetrie und Kongruenz (B. Schmidt-Thieme und H.-G. Weigand)	186
1	Mathematische Grundlagen von Symmetrie und Kongruenz.....	186
	1.1 Kongruenzabbildungen.....	186
	1.2 Symmetrie.....	188
	1.3 Kongruenz.....	188
2	Symmetrie als Umweltphänomen.....	189
3	Zum Lernen des Symmetriebegriffs.....	191
4	Der Symmetriebegriff zu Beginn der Sekundarstufe I.....	195
	4.1 Symmetrische Figuren.....	195
	4.2 Achsenspiegelung.....	197
	4.3 Anwendungen der Symmetrie.....	198
5	Kongruenz.....	202
	5.1 Bedeutung von Abbildungen.....	202
	5.2 Zugänge zum Kongruenzbegriff.....	203
	5.3 Begründungen der Kongruenzsätze.....	205

5.4 Kongruenzbeweise versus Abbildungsbeweise	207
5.5 Symmetrie und Kongruenz im Raum	209
IX Ähnlichkeit (R. Hölzl)	214
1 Ähnlichkeit in Figuren.....	215
1.1 Phänomen „Ähnlichkeit“	215
1.2 Die Strahlensätze	219
1.3 Die Umkehrung der Strahlensätze	222
2 Ähnlichkeitsabbildungen	224
2.1 Geometrische Abbildungen	224
2.2 Die zentrische Streckung	226
2.3 Die Ähnlichkeitssätze	228
3 Anwendungen der Ähnlichkeitslehre.....	229
3.1 Der Satz des Pythagoras	229
3.2 Die Seitenhalbierenden eines Dreiecks.....	232
3.3 Der Goldene Schnitt	233
3.4 Ausblick.....	236
X Trigonometrie (A. Filler)	238
1 Bedeutung der Trigonometrie in der Sekundarstufe I.....	239
1.1 Bezüge zu früheren Inhalten des Mathematikunterrichts	239
1.2 Algebraisierung: Von Konstruktionen zu Berechnungen	240
1.3 Mit Dreiecken Konstruktions- und Vermessungsprobleme lösen	242
2 Einstiege in die Trigonometrie.....	243
2.1 Vergleich zweier Einstiege	243
2.2 Sinus, Kosinus und Tangens am rechtwinkligen Dreieck.....	245
3 Eigenschaften und Anwendungen von Sinus, Kosinus und Tangens	249
3.1 Näherungswerte bestimmen und auswerten.....	249
3.2 Exakte Bestimmung einiger Funktionswerte	250
3.3 Zusammenhänge zwischen Sinus, Kosinus und Tangens	251
3.4 Lösen von Übungs- und Anwendungsaufgaben	252
3.5 Berechnungen in beliebigen Dreiecken	254
3.6 Anwendungen der Trigonometrie in der Raumgeometrie	255
4 Trigonometrische Funktionen.....	257
4.1 Sinus, Kosinus und Tangens für beliebige Winkelgrößen	257
4.2 Graphen der trigonometrischen Funktionen	259
5 Ausblicke.....	261
XI Geometrie und Geometrieunterricht (H.-G. Weigand)	264
1 Geometrie als „Erdmessung“	265
1.1 Geometrie als praktische Lebenshilfe.....	265
1.2 Geometrie und die Darstellung unserer Umwelt	265

2	Geometrie und die Macht des Denkens	266
2.1	Thales von Milet	266
2.2	Pythagoras von Samos	267
2.3	Platon	267
3	Die Elemente des Euklid	268
3.1	Definitionen	269
3.2	Postulate	269
3.3	Axiome	270
4	Hilberts Grundlagen der Geometrie	271
4.1	Zum Wesen mathematischer Objekte	271
4.2	Axiome	272
4.3	Euklid versus Hilbert	273
5	Der Geometrieunterricht – Hin zu Euklid	274
5.1	Praktischer Aspekt	274
5.2	Schule des Denkens	275
6	Der Geometrieunterricht – Weg von Euklid	276
6.1	Bewegliche Geometrie	276
6.2	Abbildungsgeometrie	277
6.3	Kongruenzgeometrie	278
6.4	Aktuelle Strömungen	279
	Literatur:	282
	Stichwortverzeichnis	300