

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Funktionen, Differenziale und Integrale</b> .....	1
1.1 Motivation .....	1
1.2 Funktionen .....	4
1.2.1 Stetigkeit .....	8
1.2.2 Mathematisch relevante Bausteine .....	8
1.2.3 Biologisch relevante Funktionen .....	16
1.3 Folgen, Reihen und Konvergenz .....	24
1.3.1 Folgen und ihre Konvergenzkriterien .....	24
1.3.2 Reihen und ihre Konvergenzkriterien .....	26
1.4 Differenzialrechnung .....	28
1.4.1 Wozu brauche ich denn den Anstieg einer Kurve? .....	28
1.4.2 Der Weg zum Differenzial .....	29
1.4.3 Zweite Ableitung und Extrema .....	33
1.4.4 Ableitungsregeln .....	34
1.5 Integralrechnung .....	39
1.5.1 Wer braucht schon Flächen unter Kurven? .....	39
1.5.2 Mit Rechtecken zum Integral .....	40
1.5.3 Der Fundamentalsatz der Analysis .....	41
1.5.4 Integrationsregeln .....	46
1.6 Aufgaben .....	48
<b>2 Beschreibende Statistik</b> .....	49
2.1 Motivation .....	49
2.1.1 Grundbegriffe .....	50
2.2 Lage- und Streuungsmaße .....	51
2.2.1 Lagemaße .....	55
2.2.2 Streuungsmaße .....	59
2.3 Kenngrößen für den Zusammenhang von Merkmalen .....	63
2.3.1 Korrelation .....	63
2.3.2 Lineare Regression .....	67
2.4 Aufgaben .....	68

<b>3</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> .....	71
3.1	Motivation .....	71
3.2	Kombinatorik .....	73
3.3	Ergebnisse und Ereignisse .....	75
3.4	Erwartungswert einer Zufallsvariablen .....	78
3.4.1	Linearität des Erwartungswertes .....	80
3.5	Varianz und Standardabweichung .....	81
3.5.1	Eigenschaften der Varianz .....	82
3.6	Stochastische Unabhängigkeit .....	83
3.7	Bedingte Wahrscheinlichkeiten .....	83
3.8	Verteilungen .....	90
3.8.1	Diskrete Verteilungen .....	91
3.8.2	Kontinuierliche Verteilungen .....	96
3.9	Zentraler Grenzwertsatz .....	100
3.10	Aufgaben .....	101
<b>4</b>	<b>Schließende Statistik</b> .....	103
4.1	Motivation .....	103
4.2	Realisierung von Zufallsvariablen .....	105
4.2.1	Diskrete Zufallsvariablen .....	106
4.2.2	Stetige Zufallsvariablen .....	107
4.3	Schätzer .....	109
4.3.1	Schätzung des wahren Mittelwertes aus einer Stichprobe .....	109
4.3.2	Schätzung der wahren Varianz aus einer Stichprobe .....	111
4.4	Testen von Hypothesen .....	112
4.4.1	Hypothesen .....	113
4.4.2	$p$ -Wert .....	116
4.4.3	Konfidenzintervall .....	118
4.5	Statistische Tests .....	121
4.5.1	Ziel .....	121
4.5.2	Ablauf .....	121
4.5.3	Voraussetzungen .....	122
4.5.4	Fehler .....	123
4.5.5	$t$ -Test .....	124
4.5.6	$Z$ -Test .....	126
4.5.7	$\chi^2$ -Test .....	129
4.6	Aufgaben .....	130
<b>5</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b> .....	133
5.1	Motivation .....	134
5.2	Lineare Gleichungssysteme .....	136
5.2.1	Konzentrationsbestimmung .....	136
5.2.2	Modellierung mit Rekursionsgleichungen .....	139

5.3	Matrizen und Vektoren . . . . .	140
5.3.1	Vektoren . . . . .	141
5.3.2	Rechnen mit Vektoren . . . . .	142
5.3.3	Matrizen . . . . .	144
5.3.4	Rechnen mit Matrizen . . . . .	146
5.3.5	Vektor–Matrix–Multiplikation . . . . .	147
5.3.6	Matrixmultiplikation . . . . .	148
5.4	Lösen von LGS . . . . .	150
5.4.1	Gaußverfahren . . . . .	152
5.4.2	Bestimmung von Inversen . . . . .	156
5.4.3	LGS mit der inversen Matrix lösen . . . . .	158
5.4.4	Determinanten . . . . .	159
5.4.5	Inverse einer $2 \times 2$ -Matrix . . . . .	161
5.4.6	Ausblick . . . . .	162
5.5	Lineare Abbildungen . . . . .	163
5.5.1	Vektorräume . . . . .	163
5.5.2	Matrizen als lineare Abbildungen . . . . .	166
5.5.3	Eigenwerte und Eigenvektoren . . . . .	167
5.6	Datenfitten von Polynomfunktionen . . . . .	175
5.6.1	Minimierung der Fehlerquadrate . . . . .	175
5.7	Aufgaben . . . . .	178
<b>6</b>	<b>Modellierung mit gewöhnlichen Differenzialgleichungen . . . . .</b>	<b>181</b>
6.1	Motivation . . . . .	182
6.2	Mathematische Modellierung in den Biowissenschaften . . . . .	186
6.2.1	Was ist ein Modell? . . . . .	186
6.2.2	Warum lohnt es sich, mathematische Modelle zu formulieren? . . . . .	188
6.2.3	Modellierungsprozess . . . . .	189
6.2.4	Wann kann man gewöhnliche Differenzialgleichungen zum Modellieren verwenden? . . . . .	190
6.3	Modellierung biochemischer Prozesse . . . . .	193
6.3.1	Die Grundprinzipien für das Aufstellen einer gewöhnlichen Differenzialgleichung . . . . .	193
6.3.2	Massenwirkungsgesetz . . . . .	198
6.3.3	Enzymkinetik . . . . .	200
6.3.4	Modellierung von Signalwegen . . . . .	208
6.4	Einführung in die Theorie gewöhnlicher Differenzialgleichungen . . . . .	211
6.4.1	Lösbarkeit von Differenzialgleichungen . . . . .	212
6.4.2	Separation der Variablen . . . . .	214
6.4.3	Richtungsfeld . . . . .	220
6.4.4	Gleichgewichtspunkte . . . . .	222
6.4.5	Stabilität nichtlinearer Differenzialgleichungen . . . . .	226
6.4.6	Phasendiagramm . . . . .	228

---

6.5	Systeme gewöhnlicher Differenzialgleichungen .....	230
6.5.1	Lineare Systeme von gewöhnlichen Differenzialgleichungen .....	232
6.5.2	Stabilität von Gleichgewichtspunkten bei linearen Systemen .....	246
6.5.3	Nichtlineare Systeme von gewöhnlichen Differenzialgleichungen .	250
6.5.4	Phasendiagramme. ....	262
6.6	Aufgaben .....	273
<b>Glossar</b>	.....	<b>275</b>
<b>Anhang für Häschenfreunde</b>	.....	<b>279</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	.....	<b>281</b>
<b>Sachverzeichnis</b>	.....	<b>283</b>