

Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundlagen	1
1 Einleitung	3
2 Die grundlegenden Risikofaktoren der Finanzmärkte	7
2.1 Zinsen	7
2.1.1 Day Count Conventions	7
2.1.2 Business Day Conventions	10
2.1.3 Diskontfaktoren	12
2.1.4 Zinsmethoden	13
2.1.5 Spot-Rates	17
2.1.6 Forward Rates	17
2.2 Kurse	19
2.3 Ein anschauliches Modell für die Risikofaktoren	21
2.3.1 Der Random-Walk als Grundlage vieler Preis- und Risikomodelle	21
2.3.2 Risikofaktoren als Random-Walks	23
2.4 Ito-Prozesse und stochastische Analysis	29
2.4.1 Der allgemeine Diffusionsprozess	29
2.4.2 Ito's Lemma	30
2.4.3 Übergangswahrscheinlichkeiten, Forward- und Backward-Equation	35
2.4.4 Forward- und Backward-Equation in der Black-Scholes-Welt	41
3 Finanzinstrumente: Eine Systematik von Derivaten und Underlyings	43
3.1 Emittenten und Kontrahenten	43
3.2 Kassageschäfte	43
3.3 Termingeschäfte	44
3.3.1 Swaps	47
3.3.2 Optionen	47
3.4 Klassifizierung von Zinspapieren	50
3.4.1 Geldmarktpapiere	50
3.4.2 Kapitalmarktpapiere	54
Teil II Methoden	57
4 Überblick über die Voraussetzungen	59
5 Barwerte, Renditen und traditionelle Risikokennzahlen	61
5.1 Barwert und Yield To Maturity	61
5.2 Effektivzins und Net Present Value	62
5.3 Stückzinsen, Restschuld und Par Rates	65
5.4 Traditionelle Kennzahlen von Zinsinstrumenten	69
5.4.1 Mittlere Laufzeit und Macaulay Duration	69

5.4.2	Modified Duration und Convexity	70
5.4.3	Addition traditioneller Sensitivitäten	73
6	Arbitrage	77
6.1	Forward- und Futures-Geschäfte	77
6.1.1	Terminkurs und Cash And Carry Arbitrage	77
6.1.2	Der stochastische Prozess für den Terminkurs	79
6.1.3	Forward-Positionen	80
6.1.4	Future-Positionen und Basisrisiko	80
6.2	Optionen	81
6.2.1	Ober- und Untergrenzen für Optionspreise	81
6.2.2	Vorzeitige Ausübung amerikanischer Optionen	82
6.2.3	Beziehungen zwischen Put und Call	83
7	Black-Scholes-Differentialgleichungen	85
7.1	Herleitung der Black-Scholes-PDGL aus Arbitrageüberlegungen	85
7.1.1	Die Differentialgleichung für europäische Optionen	86
7.1.2	Die Differentialgleichung für amerikanische Optionen	88
7.1.3	Ein erster Kontakt mit der risikoneutralen Welt	90
7.2	Die Black-Scholes-DGL und die Backward-Equation	91
7.2.1	Ein zweiter Kontakt mit der risikoneutralen Welt	93
7.3	Der Zusammenhang zur Diffusionsgleichung	94
8	Integralformen und analytische Lösungen in der Black-Scholes-Welt	97
8.1	Optionspreise als Lösungen der Diffusionsgleichung	97
8.2	Optionspreise und Übergangswahrscheinlichkeit	99
8.3	Black-Scholes-Optionspreise für verschiedene Underlyings	102
8.3.1	Optionen auf den Spotkurs	102
8.3.2	Optionen auf den Terminkurs	103
8.3.3	Optionen auf Zinsen	105
9	Binomial- und Trinomialbäume	109
9.1	Allgemeine Bäume	109
9.1.1	Das Underlying und das replizierende Portfolio	109
9.1.2	Das Derivat	110
9.1.3	Termingeschäfte	112
9.2	Rekombinierende Bäume	112
9.2.1	Das Underlying	112
9.2.2	Die Binomialverteilung für Europäische Derivate	113
9.2.3	Ein dritter Kontakt mit der risikoneutralen Welt	116
9.3	Random-Walk und Binomial-Parameter	119
9.4	Das Binomialmodell für unendlich kleine Schritte	122
9.4.1	Die Bestandteile der Black-Scholes-Optionspreisformeln	123
9.5	Trinomialbäume	124
9.5.1	Der Trinomialbaum als verbesserter Binomialbaum	126

10 Numerische Lösung von Differentialgleichungen mittels Finiter Differenzen	129
10.1 Diskretisierung der Black-Scholes-Gleichung	129
10.1.1 Die explizite Methode	130
10.1.2 Die implizite Methode	131
10.1.3 Die verallgemeinerte Crank-Nicolson-Methode	131
10.1.4 Symmetrische finite Differenzen für das Underlying	132
10.2 Differenzen-Schemata	135
10.2.1 Anfangswertbedingungen	138
10.2.2 Dirichletsche Randbedingungen	138
10.2.3 Neumannsche Randbedingungen	143
10.2.4 Verallgemeinerte Neumannsche Randbedingungen	147
10.2.5 Freie Randbedingungen für amerikanische Optionen	148
10.3 Konvergenzkriterien	152
10.3.1 Verbesserung der Konvergenzeigenschaften	154
10.4 Diskrete Dividenden	156
10.5 Beispiel	157
10.6 Zusammenhang zwischen finiten Differenzen und Bäumen	160
11 Monte-Carlo-Simulationen	161
11.1 Ein einfaches Beispiel: der Flächeninhalt eines Kreises	162
11.2 Die allgemeine Vorgehensweise der Monte-Carlo-Simulation	165
11.3 Monte-Carlo-Simulationen von Risikofaktoren	166
11.3.1 Simulation der zeitlichen Entwicklung <i>eines</i> Risikofaktors	166
11.3.2 Simulation mehrerer miteinander korrelierter Risikofaktoren	169
11.4 Preisberechnung	172
11.5 American Monte-Carlo	173
12 Hedging	177
12.1 Hedging von Derivaten mit Kassageschäften	177
12.1.1 Hedging von Forwards und Futures	178
12.2 Hedging von Derivaten mit Termingeschäften	180
12.2.1 Hedging mit Forwards	180
12.2.2 Hedging mit Futures	182
12.3 Hedge-Ratios für beliebige Kombinationen von Finanzinstrumenten	183
12.4 „Griechisches“ Risikomanagement mit Sensitivitäten	186
12.4.1 Sensitivitäten und die Wertänderung eines Portfolios	186
12.4.2 Omega und Beta	188
12.4.3 Addition von Sensitivitäten bzgl. verschiedener Underlyings	191
12.5 Berechnung der griechischen Risikokennzahlen	192
12.5.1 Sensitivitäten im Binomialmodell	192
12.5.2 Sensitivitäten im Black-Scholes-Modell	194
12.5.3 Sensitivitäten mittels der Finite-Differenzen-Methode	194
12.5.4 Sensitivitäten mittels Monte-Carlo-Simulationen	195

13	Martingale und Numeraire	197
13.1	Die Martingaleigenschaft	197
13.2	Die Normierung (Numeraire)	199
13.3	Selbstfinanzierende Portfoliostrategien	203
13.4	Die Verallgemeinerung auf stetige Zeit	205
13.5	Die Drift	213
13.6	Der Marktpreis des Risikos	216
13.7	Handelbare Underlyings	217
13.8	Anwendung auf die Black-Scholes-Welt	218
14	Zinsen und Zinsstrukturmodelle	223
14.1	Instantane Spot-Rate und Instantane Forward Rate	224
14.2	Die wichtigsten Normierungen	225
	14.2.1 Das risikoneutrale Maß	226
	14.2.2 Das terminpreisneutrale Maß	227
14.3	Der Spezialfall deterministischer Zinsen	228
14.4	Handelbare und nicht handelbare Größen	230
14.5	Convexity Adjustments	232
	14.5.1 In-Arrears-Swaps	234
	14.5.2 Geldmarktfutures	236
14.6	Arbitragefreie Gittermodelle (Bäume)	238
	14.6.1 Backward Induction	239
	14.6.2 Forward Induction und Greens-Funktionen	242
14.7	Marktzinsen versus Instantane Zinsen	246
	14.7.1 Arrow-Debreu-Preise	247
	14.7.2 Bewertung von Caplets mittels Arrow-Debreu-Preisen	249
14.8	Explizite Spezifikation von Short-Rate-Modellen	251
	14.8.1 Der Einfluss der Volatilität	252
	14.8.2 Normal-Models	253
	14.8.3 Lognormal-Models	256
14.9	Das Beispielprogramm TERMSTRUCTUREMODELS.XLS	259
	14.9.1 Aufbau des Zinsbaumes und Optionsbewertung	259
	14.9.2 Absolute und relative Volatilitäten	261
	14.9.3 Kalibrierung der Volatilitäten	262
14.10	Monte-Carlo-on-the-Tree	264
14.11	Die Drift bei Zinsstrukturmodellen	265
	14.11.1 Heath-Jarrow-Morton-Modelle	265
	14.11.2 Short-Rate-Modelle	266
14.12	Short-Rate-Modelle in Diskreter Verzinsung	269
	14.12.1 Normal-Models	270
	14.12.2 Lognormal-Models	271
14.13	Weitere Zinsmodelle	271

Teil III Instrumente	273
15 Einfache Zinsinstrumente	275
15.1 Zerobonds	275
15.1.1 Cashflows und Barwert	275
15.1.2 Yield To Maturity und Par Rate	276
15.1.3 Sensitivitäten	276
15.2 Forward Rate Agreements	277
15.3 Kuponbonds	278
15.3.1 Cashflows und Barwert	278
15.3.2 Yield To Maturity	279
15.3.3 Par Rates	282
15.3.4 Sensitivitäten	282
15.4 Forward Bonds	283
15.4.1 Barwert	283
15.4.2 Forward Yield To Maturity und Forward Par Rate	284
15.5 Zinsfutures	284
15.5.1 Futures auf Zerobonds	284
15.5.2 Futures auf Kuponbonds	285
15.6 Floater	287
15.6.1 Cashflows und Barwert	288
15.6.2 Yield To Maturity, Par Rate und Sensitivitäten	290
15.7 Swaps	291
15.7.1 Cashflows und Barwert	292
15.7.2 Par-Swap-Rate und Yield To Maturity	293
15.7.3 Sensitivitäten	294
15.8 Forward-Swaps	296
15.8.1 Barwert	296
15.8.2 Forward-Par-Swap-Rates	297
15.8.3 Annuity als Numeraire	298
16 Zins-Währungsgeschäfte	299
16.1 Der Devisenterminkurs und die Cross-Currency-Basis	299
16.2 FX-Swaps	300
16.3 FX-Forwards und FX-Futures	301
16.4 Zinswährungs-Swaps	302
16.4.1 Standard-CCY-Swap	302
16.4.2 Mark-to-Market-CCY-Swap	302
16.4.3 Cashflows und Barwert	303
16.5 CCY-Basis	304
17 Varianten von Zinsprodukten	307
17.1 Basis-Swaps	307
17.1.1 Barwert und Cashflows eines Basis-Swaps	307
17.1.2 Par-Basis-Swap-Spread	308

17.2	Annuitätendarlehen	308
17.2.1	Cashflows und Restschuld	309
17.2.2	Barwert	310
17.2.3	Yield To Maturity und Par Rates	313
17.2.4	Sensitivitäten	314
17.3	Fixing-In-Arrears	315
17.4	Variabler Zins mit Cap/Floor	315
17.5	Kündigungsrechte und Break Clause	316
17.6	Reverse Floater	316
17.7	Constant Maturity Swaps	316
18	Plain-Vanilla-Optionen	319
18.1	Klassische und allgemeine Definition einer Option	319
18.2	Konventionen	320
18.3	Optionen auf Spot- und Terminkurse	320
18.3.1	Europäische Optionen	320
18.3.2	Amerikanische Optionen	322
18.4	Index-Optionen und -Futures	323
18.5	Devisenoptionen	325
18.5.1	Put-Call-Äquivalenz bei Devisenoptionen	325
18.6	Zinsoptionen	326
18.6.1	Optionen auf Bonds	326
18.6.2	Optionen auf Bond-Futures	327
18.6.3	Caps und Floors	327
18.6.4	Swaptions	332
19	Exotische Optionen	339
19.1	Auszahlungsprofile für ausgewählte Exoten	339
19.1.1	Power-Optionen	339
19.1.2	Cliquet- und Coupe-Optionen	339
19.1.3	Look-Back-Optionen	340
19.1.4	Asiatische Optionen	340
19.1.5	Rainbow- und Austausch-Optionen	341
19.1.6	Basket-Optionen	342
19.1.7	Compound- und Bermuda-Optionen	342
19.2	Black-Scholes für Exoten	343
19.2.1	Pay-Later-Optionen	343
19.2.2	Digitale Optionen	344
19.2.3	Barrier-Optionen	347
19.2.4	Ladder-Optionen	351
19.3	Bewertungsmöglichkeiten für Exoten	353
19.3.1	Monte Carlo für europäische Exoten	355
19.3.2	Das Binomial-Modell für amerikanische Exoten	358

20 Berücksichtigung von Ausfallrisiken	365
20.1 Expected Positive Exposure, Probability of Default und Loss Given Default	365
20.2 Maßnahmen zur Verringerung des Ausfallrisikos	368
20.2.1 Collateral-Management	368
20.2.2 Central Counterparties	368
20.2.3 Netting Agreements	369
20.2.4 Hedging von Ausfallrisiken	369
20.3 Kuponbond mit Ausfallrisiko	369
20.4 Credit Spreads	371
20.5 Credit-Spread-Risiko	372
20.6 Credit-Default-Swaps	374
20.6.1 Cashflows und Barwert	375
20.6.2 Näherungen	378
20.6.3 Par-CDS-Rate	378
Teil IV Risiko	381
21 Grundlagen	383
21.1 Regulatorische Anforderungen	385
21.2 Konfidenzniveau, Quantil und Risiko	386
21.2.1 Andere Risikomaße	389
21.3 Der Value at Risk eines einzelnen Risikofaktors	389
21.4 Näherungen in der Verteilung der Risikofaktoren	394
21.5 Die Kovarianzmatrix	396
21.5.1 Renditen und logarithmische Änderungen	398
21.5.2 Kovarianzmatrizen von Datenanbietern	399
21.5.3 Cholesky-Zerlegung der Kovarianzmatrix	400
22 Die Varianz-Kovarianz-Methode	405
22.1 Portfolios vs. Finanzinstrumente	407
22.2 Die Delta-Normal-Methode	409
22.2.1 Der Value at Risk bzgl. eines einzelnen Risikofaktors	409
22.2.2 Der Value at Risk bzgl. mehrerer Risikofaktoren	410
22.3 Die Delta-Gamma-Methode	413
22.3.1 Entkopplung der Risikofaktoren	414
22.3.2 Diagonalisierung der Gamma-Matrix	414
22.3.3 Die Verteilung der Portfolio-Wertveränderungen	419
22.3.4 Momente der Portfoliowertverteilung	421
22.3.5 Fourier-Transformation der Portfoliowertverteilung	428
22.3.6 Monte-Carlo-Simulationen der Portfoliowertverteilung	431
23 Simulationsmethoden	433
23.1 Monte-Carlo-Simulation	433
23.1.1 Die Risikofaktoren als korrelierte Random-Walks	434
23.1.2 Structured Monte-Carlo	434

23.2	Historische Simulation	436
23.3	Crash- und Stress-Testing: Worst-Case-Szenarien	437
23.3.1	Vergleich verschiedener Value-at-Risk-Methoden	438
24	Beispiel für eine VaR-Berechnung	441
24.1	Das Portfolio	441
24.2	Marktdaten	442
24.3	Risikoberechnung	443
25	Backtesting: Überprüfen der verwendeten Methode	445
25.1	Profit-Loss-Berechnungen	445
25.2	Das Ampelkonzept der Aufsichtsbehörden	446
25.2.1	Anpassung des Value at Risk (gelbe Zone)	446
25.2.2	Kriterien zur Ablehnung eines Modells (rote Zone)	447
25.2.3	Die grüne Zone	450
25.2.4	Multiplikator und Add-on	450
Teil V	Portfolien	453
26	Klassisches Portfoliomanagement	455
26.1	Vom Risikomanagement zum Portfoliomanagement	455
26.1.1	Finanzinstrumente und Risikofaktoren	455
26.1.2	Portfoliorisiko und Volatilität	458
26.1.3	Risikobeitrag und Attribution	461
26.2	Portfolio-Optimierung	462
26.2.1	Das Portfolio mit minimalem Risiko	462
26.2.2	Die Effizienzlinie	464
26.2.3	Die Sharpe Ratio und das optimale Portfolio	471
26.2.4	Die Kapitalmarktlinie	474
26.3	Alternative Ansätze zur Portfoliosteuerung	477
26.3.1	Value-Investing	477
26.3.2	Behavioral Finance	477
26.3.3	Charttechnik	478
27	Attribute und ihre charakteristischen Portfolien	479
27.1	Allgemeine Eigenschaften charakteristischer Portfolien	480
27.1.1	Relationen mit mehreren charakteristischen Portfolien	481
27.2	Der Investitionsgrad oder Leverage	482
27.3	Die Überschussrendite	483
27.4	Das optimale Portfolio	487
27.5	Die Effizienzlinie als Kombination charakteristischer Portfolien	489
28	Aktives Management und Benchmarking	495
28.1	Das Capital-Asset-Pricing-Model (CAPM)	495
28.2	Theorie effizienter Märkte	496

28.3	Benchmarking gegenüber einem Index	497
28.3.1	Aktive Portfolioeigenschaften	499
28.3.2	Residuale Portfolioeigenschaften	500
28.4	Benchmark und charakteristische Portfolien	501
28.4.1	Das voll investierte Minimalrisiko-Portfolio	502
28.4.2	Das charakteristische Portfolio zu Beta	503
28.4.3	Das charakteristische Portfolio zu Alpha	505
28.5	Relationen zwischen Sharpe Ratio und Information Ratio	508
28.5.1	Das Marktportfolio	509
28.5.2	Das charakteristische Portfolio der Überschussrendite	511
Teil VI Marktdaten		513
29	Konstruktion des Zinskurvenuniversums	515
29.1	Anforderungen an die Diskontkurve	516
29.2	Modellierung der Zinskurve	517
29.2.1	Interpolationsmethoden	518
29.2.2	Extrapolationsmethoden	519
29.3	Parametrische Zinskurven	521
29.4	Aufbau der Kurvenhierarchie	522
29.5	Auswahl der Benchmarkinstrumente	524
29.5.1	Risikofreie Zinssätze	524
29.6	Berechnung der Diskontfaktorkurve	525
29.6.1	Bootstrapping	525
29.6.2	Optimierung	530
29.7	Forward-Kurven	532
29.8	Cross-Currency-Kurven	534
29.9	Überlebenswahrscheinlichkeiten	535
29.9.1	CDS-Spread-Kurven	536
29.9.2	Synthetische CDS-Spreads	536
29.10	Alte Zinskurvenwelt	540
30	Volatilitäten	543
30.1	Implizite Volatilitäten	543
30.1.1	Smiles und Volatilitätsindizes	543
30.2	Lokale Volatilitätsflächen	545
30.2.1	Implizite Übergangswahrscheinlichkeiten	546
30.2.2	Implizite lokale Volatilitätsflächen	548
30.3	Volatilitätstransformationen	552
30.3.1	Transformation zwischen relativer und absoluter Volatilität	552
30.3.2	Addition von Volatilitäten	553
30.3.3	Transformation zwischen Yield- und Preis-Volatilität	554
30.3.4	Währungstransformationen von Volatilität und Korrelation	556

31	Marktparameter aus historischen Zeitreihen	567
31.1	Historische Mittelwerte als Schätzer für Erwartungswerte	567
31.2	Abschätzung statistischer Fehler	569
31.2.1	Fehler unkorrelierter Messungen	570
31.2.2	Fehler autokorrelierter Messungen	575
31.3	Rendite und Kovarianzschätzungen	577
31.3.1	Renditeschätzungen	578
31.3.2	Kovarianzschätzungen	581
32	Modellierung historischer Zeitreihen	583
32.1	Stationäre Zeitreihen und autoregressive Modelle	585
32.1.1	Der $AR(p)$ -Prozess	586
32.1.2	Der univariate GARCH(p, q)-Prozess	590
32.1.3	Generierung eines GARCH-Prozesses	593
32.2	Kalibrierung von Zeitreihenmodellen	595
32.2.1	Parameterschätzung für den $AR(p)$ -Prozess	595
32.2.2	Parameterschätzung für den GARCH(p, q)-Prozess	597
32.2.3	Der Simulated-Annealing-Algorithmus	599
33	Prognosen mit Zeitreihenmodellen	601
33.1	Prognosen mit dem Autoregressiven Modell	601
33.2	GARCH(p, q)-Volatilitätsprognosen	604
33.2.1	Prognosen über mehrere Schritte	604
33.2.2	Prognose der Gesamtvarianz	608
33.2.3	Volatility Term Structure	608
33.3	GARCH(1, 1)-Volatilitätsprognosen	608
33.4	Volatilitätsprognosen mittels gleitender Durchschnitte	610
34	Hauptkomponentenanalyse (PCA)	613
34.1	Prinzipielles Vorgehen	613
34.2	Hauptkomponentenanalyse der deutschen Zinsstruktur	619
35	Vorverarbeitung und Gütemaße	623
35.1	Vorverarbeitung von Zeitreihen	623
35.1.1	Differenzenbildung	623
35.1.2	Filter	624
35.1.3	Skalentransformation	626
35.2	Gütemaße für Zeitreihenprozesse	626
35.2.1	Hypothesentests	627
35.2.2	Anpassungsgüte versus Prognosegüte	631
35.2.3	Beispiele: Gütemaße für GARCH-Modelle	632
A	Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik	637
A.1	Wahrscheinlichkeit, Erwartungswert und Varianz	637
A.2	Multivariate Verteilungen, Kovarianz, Korrelation und Beta	639

A.3	Momente und Charakteristische Funktionen	642
A.3.1	Moment Generating Functions	642
A.3.2	Charakteristische Funktionen	645
A.4	Einige wichtige Verteilungen	646
A.4.1	Die Gleichverteilung	646
A.4.2	Die Binomialverteilung und Bernoulli-Versuche	648
A.4.3	Die Normalverteilung und der zentrale Grenzwertsatz	650
A.4.4	Die Lognormalverteilung	656
A.4.5	Die Gamma-Verteilung	657
A.4.6	Die χ^2 -Verteilung	659
A.5	Transformationen zwischen Verteilungen	667
A.5.1	Summationen	667
A.5.2	Box-Muller-Transformation	669
A.5.3	Inversion der Kumulierten	669
Literaturverzeichnis		673
Index		681