

Inhalt

1	Rechenoperationen	13
1.1	Grundbegriffe der Mengenlehre und Logik	13
1.1.0	Vorbemerkung	13
1.1.1	Begriff der Menge	13
1.1.2	Relationen zwischen Mengen	16
1.1.3	Operationen mit Mengen	19
1.2	Zahlenbereiche	23
1.2.0	Vorbemerkung	23
1.2.1	Bereich der reellen Zahlen und seine Teilbereiche	23
1.2.2	Zahlensysteme	25
1.2.3	Intervalle, Absoluter Betrag, Runden von Zahlen	27
1.3	Rechenoperationen erster und zweiter Stufe	32
1.3.0	Vorbemerkung	32
1.3.1	Grundbegriffe	32
1.3.2	Rechenoperationen mit Zahlen	34
1.3.3	Algebraische Summen	35
1.3.4	Bruchrechnung	39
1.3.5	Proportionen	44
1.3.6	Summenzeichen	49
1.4	Rechenoperationen dritter Stufe	51
1.4.0	Vorbemerkung	51
1.4.1	Rechnen mit Potenzen und Wurzeln	51
1.4.2	Rechnen mit Logarithmen	61
1.4.3	Potenz eines Binoms	68
1.5	Aufgaben	71
1.6	Lösungen	80
2	Gleichungen und Ungleichungen	86
2.1	Gleichungen mit einer Variablen	86
2.1.0	Vorbemerkung	86
2.1.1	Grundbegriffe	86
2.1.2	Lösen von algebraischen Gleichungen	90
2.1.3	Lösen von transzendenten Gleichungen	99
2.1.4	Lösen von Gleichungen durch Näherungsverfahren	104
2.2	Ungleichungen	110
2.2.0	Vorbemerkung	110
2.2.1	Grundbegriffe	110
2.2.2	Einfache Typen linearer Ungleichungen	111
2.3	Lineare Gleichungssysteme	113
2.3.0	Vorbemerkung	113

2.3.1	Herkömmliche Lösungsverfahren	114
2.3.2	Lösbarkeitsbetrachtungen	117
2.3.3	Gaußscher Algorithmus	120
2.3.4	Determinantenverfahren	125
2.4	Aufgaben	131
2.5	Lösungen	138

3

3	Geometrie	143
3.1	Planimetrie	143
3.1.0	Vorbemerkung	143
3.1.1	Grundbegriffe	143
3.1.2	Winkel an sich schneidenden Geraden	146
3.1.3	Bewegungen in der Ebene, Kongruenz, Symmetrie	147
3.1.4	Grundkonstruktionen	151
3.1.5	Ähnlichkeit	154
3.1.6	Allgemeines Dreieck	156
3.1.7	Rechtwinkliges, gleichschenkliges und gleichseitiges Dreieck	163
3.1.8	Viereck	166
3.1.9	Regelmäßiges n -Eck	168
3.1.10	Kreis	170
3.1.11	Flächeninhalte	174
3.2	Stereometrie	180
3.2.0	Vorbemerkung	180
3.2.1	Quader	181
3.2.2	Prisma und Pyramide	183
3.2.3	Prismatoid	188
3.2.4	Zylinder und Kegel	190
3.2.5	Cavalierisches Prinzip	195
3.2.6	Kugel und Kugelteile	195
3.3	Aufgaben	200
3.4	Lösungen	208

4

4	Trigonometrie	215
4.1	Goniometrie	215
4.1.0	Vorbemerkung	215
4.1.1	Winkelmessung	215
4.1.2	Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck	216
4.1.3	Winkelfunktionen für beliebige Winkel	222
4.1.4	Quadrantenrelationen	225
4.1.5	Zusammenhang zwischen den Funktionswerten eines Winkels ..	231
4.1.6	Additionstheoreme	233
4.2	Dreiecksberechnung	237
4.2.1	Allgemeines	237
4.2.2	Sinus- und Kosinussatz	238
4.2.3	Grundaufgaben der Dreiecksberechnung	244
4.2.4	Weitere Anwendungen	246
4.3	Aufgaben	252
4.4	Lösungen	258

5	Funktionen	263
5.0	Vorbemerkung	263
5.1	Der Funktionsbegriff	263
5.1.1	Die Definition einer Funktion	263
5.1.2	Darstellungsformen von Funktionen	264
5.1.3	Eigenschaften von Funktionen	269
5.1.4	Die Umkehrfunktion	271
5.2	Lineare Funktionen (Geraden)	274
5.2.1	Die analytischen Darstellungsarten linearer Funktionen	274
5.2.2	Die lineare Funktion und ihre Umkehrfunktion	277
5.2.3	Lagebeziehungen zwischen Geraden	279
5.3	Quadratische Funktionen (Parabeln)	283
5.3.1	Die Darstellungsarten quadratischer Funktionen	283
5.3.2	Die Umwandlung zwischen den Darstellungsarten quadratischer Funktionen	288
5.3.3	Die Umkehrfunktion der quadratischen Funktion	291
5.4	Potenz- und Wurzelfunktionen	293
5.4.1	Potenzfunktionen und ihre Eigenschaften	293
5.4.2	Wurzelfunktionen und ihre Eigenschaften	295
5.5	Ganzrationale Funktionen	296
5.6	Gebrochenrationale Funktionen	300
5.7	Exponential- und Logarithmusfunktionen	303
5.7.1	Exponentialfunktionen und ihre Eigenschaften	303
5.7.2	Logarithmusfunktionen und ihre Eigenschaften	306
5.8	Trigonometrische Funktionen und ihre Umkehrfunktionen	307
5.9	Der Einfluss von Funktionsparametern auf Funktionsgraphen	313
5.10	Bestimmung von Funktionsgleichungen	322
5.11	Aufgaben	326
5.12	Lösungen	333
6	Zahlenfolgen	341
6.0	Vorbemerkung	341
6.1	Grundbegriffe	341
6.2	Arithmetische Folgen	344
6.3	Geometrische Folgen	348
6.4	Anwendungsbeispiele der geometrischen Folge	350
6.5	Grenzwert einer Zahlenfolge	355
6.6	Grenzwert einer Funktion	358
6.6.1	Grenzwert einer Funktion an der Stelle $x = a$	358
6.6.2	Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow \pm\infty$	362
6.7	Aufgaben	363
6.8	Lösungen	366

7	Differenzialrechnung	368
7.0	Vorbemerkung	368
7.1	Grundbegriffe	368
7.2	Ableitung der Potenzfunktion	373
7.3	Ableitung einer konstanten Funktion und einer Funktion mit konstantem Faktor	375
7.4	Ableitung einer Summe von Funktionen	375
7.5	Differenzial einer Funktion	376
7.6	Weitere Grundregeln der Differenzialrechnung	380
7.6.1	Ableitung eines Produktes von Funktionen	380
7.6.2	Ableitung eines Quotienten zweier Funktionen	381
7.7	Regeln für die Ableitung weiterer Funktionen	383
7.8	Höhere Ableitungen	385
7.9	Geometrische Interpretation der ersten und zweiten Ableitung	386
7.10	Kurvendiskussion	391
7.11	Extremwertaufgaben	397
7.12	Aufstellen von Funktionsgleichungen mittels der Ableitungen	400
7.13	Aufgaben	403
7.14	Lösungen	406
8	Integralrechnung	412
8.0	Vorbemerkung	412
8.1	Unbestimmtes Integral	412
8.2	Bestimmtes Integral	415
8.3	Eigenschaften bestimmter Integrale	420
8.4	Bestimmtes Integral als Grenzwert einer Summenfolge	421
8.5	Flächeninhalte ebener Flächen zwischen einer Kurve und der x -Achse ...	425
8.6	Flächen zwischen zwei Kurven	427
8.7	Integration durch Substitution	430
8.8	Der Rauminhalt von Rotationskörpern	432
8.9	Numerische Integration	435
8.10	Aufgaben	439
8.11	Lösungen	440
9	Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung	442
9.0	Vorbemerkung	442
9.1	Zufällige Erscheinungen und Ereignisse	442
9.2	Wahrscheinlichkeitsbegriff	445
9.3	Anzahl von Ergebnissen und Wahrscheinlichkeiten mehrstufiger Zufallsversuche	452
9.4	Simulation von Zufallsversuchen	465
9.5	Aufgaben	470
9.6	Lösungen	472

10 Einführung in die Statistik **474**

10.0	Vorbemerkung	474
10.1	Statistische Erhebung, Auswertung und Darstellung von Daten	474
10.2	Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilung	494
10.3	Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung	498
10.4	Binomialverteilte Zufallsgrößen	501
10.5	Anwendungen zur Binomialverteilung	503
10.6	Aufstellen und Testen von Hypothesen	509
10.7	Anwendungsaufgaben	513
10.8	Die Poisson-Verteilung	515
10.9	Die Normalverteilung	518
10.10	Anwendungen der Normalverteilung	523
10.11	Exponentialverteilung	525
10.12	Aufgaben	526
10.13	Lösungen	531

11 Komplexe Zahlen **536**

11.0	Vorbemerkung	536
11.1	Die arithmetische Form der komplexen Zahlen	536
11.1.1	Imaginäre und komplexe Zahlen	536
11.1.2	Rechnen mit komplexen Zahlen in der arithmetischen Form	540
11.1.3	Die Darstellung komplexer Zahlen in der Gaußschen Zahlenebene	543
11.2	Die trigonometrische Form der komplexen Zahlen	545
11.3	Die Exponentialform der komplexen Zahlen	549
11.3.1	Die Multiplikation und die Division komplexer Zahlen in der Exponentialform	549
11.3.2	Das Potenzieren, das Radizieren und das Logarithmieren komplexer Zahlen	551
11.4	Aufgaben	554
11.5	Lösungen	555

12 Vektorrechnung **559**

12.0	Vorbemerkung	559
12.1	Punkte und Vektoren im kartesischen Koordinatensystem	559
12.1.1	Punkte im kartesischen Koordinatensystem	559
12.1.2	Vektoren im kartesischen Koordinatensystem	560
12.2	Rechnen mit Vektoren	564
12.2.1	Addition und Subtraktion von Vektoren	564
12.2.2	Die Multiplikation von Vektoren mit reellen Zahlen	567
12.2.3	Das Skalarprodukt	569
12.2.4	Das Vektorprodukt (Kreuzprodukt)	575
12.3	Die vektorielle Beschreibung von Geraden	578
12.3.1	Die Vektorgleichung einer Geraden	578
12.3.2	Die Lagebeziehungen zwischen Geraden	580
12.4	Die vektorielle Beschreibung von Ebenen	583
12.4.1	Die Vektorgleichung einer Ebene	583

12.4.2	Die Lagebeziehungen zwischen einer Ebene und einer Geraden ..	587
12.4.3	Die Lagebeziehung zwischen Ebenen	589
12.4.4	Der Normalenvektor einer Ebene	593
12.5	Aufgaben	597
12.6	Lösungen	604

Sachwortverzeichnis	608
----------------------------------	------------