## Inhaltsverzeichnis

| Vorwort  | zur | zweiten      | englischen | Auflage | ΧI  |
|----------|-----|--------------|------------|---------|-----|
| 10111016 | ~~, | T 44 CI LCII | CHEMISCHOM | Auliazo | 711 |

## Formeln und Abkürzungen XV

## Teil I Grundlegende Konzepte und Lösungstechniken 1

| 1     | Einleitung 3   |   |
|-------|--|---|
| 1.1   | Ein einfaches Beispiel für nichtlineares Verhalten 3         |   |
| 1.2   | Wiederholung: Grundlagen der Linearen Algebra 5              |   |
| 1.3   | Vektoren und Tensoren 13                                     |   |
| 1.4   | Spannungs- und Dehnungstensor 19                             |   |
| 1.5   | Elastizität 25   |   |
| 1.6   | Die PyFEM-Finite-Elemente-Bibliothek 27                      |   |
| 2     | Nichtlineare Finite-Elemente-Analyse 33                      |   |
| 2.1   | Gleichgewicht und virtuelle Arbeit 33                        |   |
| 2.2   | Räumliche Diskretisierung mit finiten Elementen 35           |   |
| 2.3   | PyFEM-Programme für Ansatzfunktionen 40                      |   |
| 2.4   | Inkrementell-iterative Analyse 44                            |   |
| 2.5   | Lastkontrolle contra Verschiebungskontrolle 54               |   |
| 2.6   | PyFEM: ein linearer Finite-Elemente-Code                     |   |
|       | mit Verschiebungskontrolle 57                                |   |
| 3     | Geometrische Nichtlinearität 67                              |   |
| 3.1   | Trägerelemente 68  |   |
| 3.1.1 | Total-Lagrange-Formulierung 72                               |   |
| 3.1.2 | Updated-Lagrange-Formulierung 75                             |   |
| 3.1.3 | Korotierende Formulierung 77                                 |   |
| 3.2   | PyFEM: der flache Träger 80                                  |   |
| 3.3   | Spannungs- und Dehnungsmaße in Kontinua 90                   |   |
| 3.4   | Geometrisch nichtlineare Formulierung für Kontinuumselemente | 9 |



| 2 4 1          | Total and Indeted Lagrange Farmanlianana 07   |
|----------------|---|
| 3.4.1<br>3.4.2 | Total- und Updated-Lagrange-Formulierung 97   |
|                | Korotierende Formulierung 102   |
| 3.5            | Lineare Knickanalyse 106  |
| 3.6            | PyFEM: geometrisch nichtlineares Kontinuumselement 110                                  |
| 4              | Lösungstechniken für quasistatische Analysen 119  |
| 4.1            | Line-Search-Verfahren 119   |
| 4.2            | Bogenlängenverfahren 122  |
| 4.3            | PyFEM: Implementierung des Riks-Bogenlängen-Solvers 131                                 |
| 4.4            | Stabilität und Eindeutigkeit in diskretisierten Systemen 136                            |
| 4.4.1          | Stabilität eines diskreten Systems 136  |
| 4.4.2          | Eindeutigkeit und Bifurkation in einem diskreten System 138                             |
| 4.4.3          | Branch-Switching 142  |
| 4.5            | Lastschrittweite und Konvergenzkriterien 143  |
| 4.6            | Quasi-Newton-Methoden 146   |
| 5              | Lösungsverfahren für die nichtlineare Dynamik 151                                       |
| 5.1            | Semidiskrete Gleichungen 151  |
| 5.2            | Explizite Zeitintegration 152   |
| 5. <b>3</b>    |   |
| 5.4            |   |
| _              | Implizite Zeitintegration 162 Die Newmark-Familie 162                                   |
| 5.4.1          | Die HHT-α-Methode 163   |
| 5.4.2<br>5.4.3 |   |
| 5.4.5<br>5.5   | Alternative implizite Methoden 166 Stabilität und Genauigkeit bei Nichtlinearitäten 167 |
| 5.6            | Algorithmen mit Energieerhaltung 171  |
| 5.7            | Zeitschrittkontrolle und Element-Technologie 174  |
| J./            | Zenschittkomfolie und Element-Jechnologie 174   |
|                | Teil II Material-Nichtlinearitäten 177  |
| 6              | Schädigungsmechanik 179   |
| 6.1            | Das Konzept der Schädigung 179  |
| 6.2            | Isotrope elastische Schädigung 181  |
| 6.3            | PyFEM: Ebene-Dehnung-Schädigungsmodell 185  |
| 6.4            | Stabilität, Elliptizität und Gittersensitivität 189                                     |
| 6.4.1          | Stabilität und Elliptizität 189   |
| 6.4.2          | Gittersensitivität 193  |
| 6.5            | Kohäsionszonenmodelle 197   |
| 6.6            | Element-Technologie: Eingebettete Unstetigkeiten 202                                    |
| 6.7            | Komplexe Schädigungsmodelle 210   |
| 6.7.1          | Anisotrope Schädigungsmodelle 210   |
| 6.7.2          | Mikroebenenmodelle 212  |
| 6.8            | Rissmodelle für Beton und andere quasispröde Materialien 21-                            |
| 6.8.1          | Elastizitätsbasierte verschmierte Rissmodelle 214                                       |
|                |   |

| 6.8.2 | Bewehrung und Zugversteifung 220                 |
|-------|--|
| 6.9   | Regularisierte Schädigungsmodelle 224            |
| 6.9.1 | Nichtlokale Schädigungsmodelle 225               |
| 6.9.2 | Gradienten-Schädigungsmodelle 226                |
|       | •  |
| 7     | Plastizität 231                                  |
| 7.1   | Ein einfaches Gleitmodell 231                    |
| 7.2   | Fließtheorie der Plastizität 236                 |
| 7.2.1 | Die Fließfunktion 236                            |
| 7.2.2 | Fließregeln 241                                  |
| 7.2.3 | Verfestigungsverhalten 245                       |
| 7.3   | Integration der Spannungs-Dehnungs-Relation 253  |
| 7.4   | Tangenten-Steifigkeitsoperatoren 265             |
| 7.5   | Multi-Fließflächen-Plastizität 268               |
| 7.5.1 | Die Koiter'sche Verallgemeinerung 268            |
| 7.5.2 | Rankine-Plastizität für Beton 270                |
| 7.5.3 | Tresca- und Mohr-Coulomb-Plastizität 277         |
| 7.6   | Bodenplastizität: Cam-Clay-Modell 285            |
| 7.7   | Gekoppelte Schädigungs-Plastizitäts-Modelle 288  |
| 7.8   | Element-Technologie: volumetrisches Locking 290  |
|       |  |
| 8     | Zeitabhängige Stoffmodelle 297                   |
| 8.1   | Lineare Viskoelastizität 297                     |
| 8.1.1 | Eindimensionale lineare Viskoelastizität 298     |
| 8.1.2 | Dreidimensionale Viskoelastizität 300            |
| 8.1.3 | Algorithmische Aspekte 301                       |
| 8.2   | Kriechmodelle 304                                |
| 8.3   | Viskoplastizität 306                             |
| 8.3.1 | Eindimensionale Viskoplastizität 306             |
| 8.3.2 | Integration der Ratengleichungen 309             |
| 8.3.3 | Perzyna-Viskoplastizität 309                     |
| 8.3.4 | Duvaut-Lions-Viskoplastizität 312                |
| 8.3.5 | Konsistenzmodell 314                             |
| 8.3.6 | Propagierende oder dynamische Instabilitäten 316 |
|       |  |
|       |  |
|       | Teil III Elementare Bauteile 323                 |
| 9     | Balken und Bögen 325                             |
| 9.1   | Ein flacher Bogen 325                            |
| 9.1.1 | Kirchhoff-Formulierung 325                       |
| 9.1.2 | Scherdeformation: der Timoshenko-Balken 333      |
| 9.2   | PyFEM: ein Kirchhoff-Balkenelement 336           |
| 9.3   | Korotierende Elemente 340                        |
| 9.3.1 | Kirchhoff-Modell 341                             |
|       |  |

| 9.3.2  | Timoshenko-Balken-Modell 346                                 |
|--------|--|
| 9.4    | Isoparametrisches entartetes Kontinuums-Balkenelement        |
|        | in zwei Dimensionen 348                                      |
| 9.5    | Isoparametrisches entartetes Kontinuums-Balkenelement        |
| 7.3    | in drei Dimensionen 354                                      |
|        | m dici biliciisionen 33.                                     |
| 10     | Platten und Schalen 363                                      |
| 10.1   | Flache-Schale-Formulierungen 364                             |
| 10.1   | Isoparametrisches entartetes Kontinuums-Schalenelement 372   |
| 10.2   | Festkörperartige Schalenelemente 377                         |
| 10.3   | Plastizität bei Schalen: das Ilyushin-Kriterium 378          |
| 10.4   | Flastizitat bei Schalen. das nyusinn-kintenum 378            |
|        |  |
|        | Teil IV Große Dehnungen 383                                  |
|        | Tell 17 Grose Bernangen 303                                  |
| 11     | Hyperelastizität 385   |
| 11.1   | Mehr Kontinuumsmechanik 385                                  |
| 11.1.1 | Impulsbilanz und Spannungstensoren 385                       |
| 11.1.2 | Objektive Spannungsraten 389                                 |
| 11.1.3 | Hauptstreckungen und Invarianten 394                         |
| 11.2   | Dehnungsenergiefunktionen 396                                |
| 11.2.1 | Inkompressibilität und Fastinkompressibilität 398            |
| 11.2.2 | Dehnungsenergie als Funktion der Streckungsinvarianten 400   |
| 11.2.3 | Dehnungsenergie als Funktion der Hauptstreckungen 404        |
| 11.2.4 | Logarithmische Erweiterung der linearen Elastizität:         |
|        | das Hencky-Modell 409  |
| 11.3   | Element-Technologie 411                                      |
| 11.3.1 | u/p-Formulierung 412   |
| 11.3.2 | Enhanced-assumed-Strain-Elemente 416                         |
| 11.3.3 | F-Ansatz 419   |
| 11.3.4 | Korotierender Zugang 421                                     |
| 11.5.1 | Nototierender Zugung 121                                     |
| 12     | Elastoplastizität großer Dehnungen 423                       |
| 12.1   | Euler-Formulierungen 424                                     |
| 12.2   | Multiplikative Elastoplastizität 430                         |
| 12.3   | Multiplikative Elastoplastizität und Ratenformulierungen 434 |
| 12.4   | Integration der Ratengleichungen 438                         |
| 12.5   | Exponentielle Return-Mapping-Algorithmen 442                 |
| 12.3   | Exponential Result in Postumen 112                           |
|        |  |
|        | Teil V Fortgeschrittene Diskretisierungskonzepte 449         |
| 13     | Grenzflächen und Unstetigkeiten 451                          |
| 13.1   | Grenzflächenelemente 452                                     |
|        |  |
| 13.2   | Unstetige Galerkin-Methoden 460                              |

| 14     | Gitterfreie Methoden und die Zerlegung der Eins 467                 |
|--------|---|
| 14.1   | Gitterfreie Methoden 468  |
| 14.1.1 | Die elementfreie Galerkin-Methode 469                               |
| 14.1.2 | Anwendung auf Bruchprozesse 473                                     |
| 14.1.3 | Schädigungsmechanik höherer Ordnung 476                             |
| 14.1.4 | Volumetrisches Locking 477  |
| 14.2   | Ansätze mit einer Zerlegung der Eins 479                            |
| 14.2.1 | Anwendung auf Bruchprozesse 483                                     |
| 14.2.2 | Erweiterung auf große Deformationen 489                             |
| 14.2.3 | Bruchdynamik 494  |
| 14.2.4 | Schwache Unstetigkeiten 497   |
| 15     | Isogeometrische Finite-Elemente-Analyse 501                         |
| 15.1   | Basisfunktionen in der geometrischen Modellierung 501               |
| 15.1.1 | Univariate B-Splines 503  |
| 15.1.2 | Univariate NURBS 506  |
| 15.1.3 | Multivariate B-Splines und NURBS-Patches 507                        |
| 15.1.4 | T-Splines 509   |
| 15.2   | Isogeometrische finite Elemente 512                                 |
| 15.2.1 | Bézier-Element-Darstellung 513                                      |
| 15.2.2 | Bézier-Extraktion 515   |
| 15.3   | PyFEM: Ansatzfunktionen für die isogeometrische Analyse 517         |
| 15.4   | Isogeometrische Analyse in der nichtlinearen Festkörpermechanik 520 |
| 15.4.1 | Design-through-Analysis für Schalenstrukturen 521                   |
| 15.4.2 | Schädigungsmodelle höherer Ordnung 527                              |
| 15.4.3 | · · ·   |
|        | Literatur 539   |

Literatur 539

Stichwortverzeichnis 559