

Björn Rasch  
Malte Friese  
Wilhelm Hofmann  
Ewald Naumann

# Quantitative Methoden 1

**Einführung in die Statistik für Psychologen  
und Sozialwissenschaftler**

4., überarbeitete Auflage

Mit 86 Abbildungen und 19 Tabellen

 Springer

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Deskriptive Statistik</b> . . . . .	1	3.2.1	Ungerichtete Hypothesen . . . . .	45
	<i>Björn Rasch, Malte Friese, Wilhelm Hofmann, Ewald Naumann</i>		3.2.2	Gerichtete Hypothesen . . . . .	46
<b>1.1</b>	<b>Organisation und Darstellung von Daten</b> . . . . .	2	3.2.3	Vergleich von ein- und zweiseitigen Fragestellungen . . . . .	46
1.1.1	Aufbereitung von Messdaten . . . . .	2	3.2.4	Der systematische Effekt . . . . .	47
1.1.2	Organisation von Daten . . . . .	3	3.2.5	Die nonzentrale Verteilung . . . . .	47
1.1.3	Darstellung von Daten . . . . .	4	<b>3.3</b>	<b>Effektgrößen</b> . . . . .	48
<b>1.2</b>	<b>Skalentypen</b> . . . . .	6	3.3.1	Effekt als Distanz zwischen Populationsmittelwerten . . . . .	48
1.2.1	Die Nominalskala . . . . .	7	3.3.2	Effektgrößen als Varianzquotient . . . . .	50
1.2.2	Die Ordinalskala . . . . .	7	3.3.3	Schätzung und Interpretation von Effektgrößen . . . . .	52
1.2.3	Die Intervallskala . . . . .	8	3.3.4	Zusammenhang der Effektstärkenmaße . . . . .	53
1.2.4	Die Verhältnisskala . . . . .	8	3.3.5	Effektgrößen auf der Stichprobenebene . . . . .	53
1.2.5	Festlegung des Skalenniveaus . . . . .	9	<b>3.4</b>	<b>Die Entscheidungsregel beim t-Test</b> . . . . .	54
<b>1.3</b>	<b>Statistische Kennwerte</b> . . . . .	10	3.4.1	$\beta$ -Fehler und Teststärke . . . . .	56
1.3.1	Maße der zentralen Tendenz . . . . .	10	3.4.2	Die Determinanten des t-Tests . . . . .	57
1.3.2	Dispersionsmaße . . . . .	13	3.4.3	Die Stichprobenumfangsplanung . . . . .	59
1.3.3	Statistische Kennwerte und lineare Transformation . . . . .	15	3.4.4	Konfidenzintervall für eine Mittelwertsdifferenz . . . . .	60
1.3.4	Stichprobe und Population . . . . .	16	<b>3.5</b>	<b>Weitere Formen des t-Tests</b> . . . . .	61
<b>1.4</b>	<b>Standardisierung von Daten</b> . . . . .	17	3.5.1	Der t-Test für abhängige Stichproben . . . . .	62
<b>1.5</b>	<b>Aufgaben zu Kapitel 1</b> . . . . .	19	3.5.2	Der t-Test für eine Stichprobe . . . . .	67
1.5.1	Verständnisaufgaben . . . . .	19	<b>3.6</b>	<b>Die Konstruktion eines t-Tests</b> . . . . .	68
1.5.2	Anwendungsaufgaben . . . . .	19	<b>3.7</b>	<b>Ungeplante t-Tests</b> . . . . .	71
<b>2</b>	<b>Inferenzstatistik</b> . . . . .	21	<b>3.8</b>	<b>Aufgaben zu Kapitel 3</b> . . . . .	75
	<i>Björn Rasch, Malte Friese, Wilhelm Hofmann, Ewald Naumann</i>		3.8.1	Verständnisaufgaben . . . . .	75
<b>2.1</b>	<b>Die Normalverteilung</b> . . . . .	22	3.8.2	Anwendungsaufgaben . . . . .	76
2.1.1	Die Normalverteilungsannahme . . . . .	22	<b>4</b>	<b>Merkmalszusammenhänge</b> . . . . .	81
2.1.2	Wahrscheinlichkeiten unter der Normalverteilung . . . . .	23		<i>Björn Rasch, Malte Friese, Wilhelm Hofmann, Ewald Naumann</i>	
<b>2.2</b>	<b>Die Standardnormalverteilung</b> . . . . .	24	<b>4.1</b>	<b>Kovarianz und Korrelation</b> . . . . .	82
2.2.1	Wahrscheinlichkeiten unter der Standardnormalverteilung . . . . .	24	4.1.1	Der Begriff des Zusammenhangs . . . . .	82
<b>2.3</b>	<b>Die Stichprobenkennwerteverteilung</b> . . . . .	25	4.1.2	Die Kovarianz . . . . .	83
2.3.1	Der Standardfehler des Mittelwerts . . . . .	26	4.1.3	Die Produkt-Moment-Korrelation . . . . .	85
<b>2.4</b>	<b>Aufgaben zu Kapitel 2</b> . . . . .	30	4.1.4	Die Fishers Z-Transformation . . . . .	87
<b>3</b>	<b>Der t-Test</b> . . . . .	33	4.1.5	Signifikanz von Korrelationen . . . . .	88
	<i>Björn Rasch, Malte Friese, Wilhelm Hofmann, Ewald Naumann</i>		4.1.6	Konfidenzintervall für eine Korrelation . . . . .	89
<b>3.1</b>	<b>Was ist der t-Test?</b> . . . . .	34	4.1.7	Effektstärke . . . . .	90
3.1.1	Die Fragestellung des t-Tests . . . . .	34	4.1.8	Teststärkeanalyse . . . . .	91
3.1.2	Die Nullhypothese . . . . .	35	4.1.9	Stichprobenumfangsplanung . . . . .	91
3.1.3	Die t-Verteilung . . . . .	38	4.1.10	Stichprobenfehler . . . . .	91
3.1.4	Die Freiheitsgrade einer t-Verteilung . . . . .	39	4.1.11	Die Partialkorrelation . . . . .	92
3.1.5	Bewertung des t-Werts . . . . .	41	<b>4.2</b>	<b>Weitere Korrelationstechniken</b> . . . . .	94
3.1.6	Entwicklung eines Entscheidungskriteriums . . . . .	41	4.2.1	Die punktbiseriale Korrelation . . . . .	94
3.1.7	Population und Stichprobe beim t-Test . . . . .	42	4.2.2	Die Rangkorrelation . . . . .	96
3.1.8	Voraussetzungen für die Anwendung eines t-Tests . . . . .	43	<b>4.3</b>	<b>Einfache lineare Regression</b> . . . . .	97
<b>3.2</b>	<b>Die Alternativhypothese</b> . . . . .	44	4.3.1	Die Regressionsgerade . . . . .	98
			4.3.2	Berechnung der Regressionsgleichung . . . . .	99
			4.3.3	Wichtige Einsichten und Zusammenhänge . . . . .	101
			4.3.4	Dichotom nominalskalierte Prädiktoren . . . . .	102
			4.3.5	Nichtlineare Zusammenhänge . . . . .	103

4.3.6	Regressionsgewichte . . . . .	103
4.3.7	Signifikanztest von Regressionsgewichten . . . . .	104
4.3.8	Die Güte des Zusammenhangs . . . . .	105
4.3.9	Teststärkeanalyse und Stichprobenumfangs- planung . . . . .	108
4.3.10	Voraussetzungen der linearen Regression . . . . .	108
4.3.11	Ausblick: Multiple Regression . . . . .	109
<b>4.4</b>	<b>Aufgaben zu Kapitel 4</b> . . . . .	<b>111</b>
4.4.1	Verständnisfragen . . . . .	111
4.4.2	Anwendungsaufgaben . . . . .	111

## Anhang

<b>Anhang A1: Lösungen der Aufgaben</b> . . . . .	<b>117</b>
<b>Lösungen zu Kapitel 1</b> . . . . .	<b>117</b>
Verständnisaufgaben . . . . .	117
Anwendungsaufgaben . . . . .	118
<b>Lösungen zu Kapitel 2</b> . . . . .	<b>118</b>
<b>Lösungen zu Kapitel 3</b> . . . . .	<b>120</b>
Verständnisaufgaben . . . . .	120
Anwendungsaufgaben . . . . .	121
<b>Lösungen zu Kapitel 4</b> . . . . .	<b>124</b>
Verständnisfragen . . . . .	124
Anwendungsaufgaben . . . . .	125
<b>Anhang A2: Tabellen</b> . . . . .	<b>131</b>
<b>Anleitung zur Benutzung</b> . . . . .	<b>131</b>
z- und t-Wert-Tabellen . . . . .	131
TPF-Tabellen . . . . .	132
Fishers Z-Tabellen . . . . .	132
<b>Tabelle A: Standardnormalverteilung</b> . . . . .	<b>133</b>
<b>Tabelle B: t-Verteilung</b> . . . . .	<b>139</b>
<b>Tabelle C: TPF-Tabellen</b> . . . . .	<b>140</b>
<b>Tabelle D: Fishers Z-Werte</b> . . . . .	<b>150</b>
<b>Tabelle E: F-Verteilung</b> . . . . .	<b>152</b>
<b>Tabelle F: Q-Tabelle für den Tukey HSD-Test</b> . . . . .	<b>158</b>
<b>Tabelle G: U-Test Tabellen</b> . . . . .	<b>160</b>
<b>Tabelle H: Chi-Quadrat-Verteilung (<math>\chi^2</math>-Verteilung)</b> . . . . .	<b>165</b>
<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	<b>167</b>
<b>Stichwortverzeichnis</b> . . . . .	<b>169</b>

Björn Rasch  
Malte Friese  
Wilhelm Hofmann  
Ewald Naumann

# **Quantitative Methoden 2**

**Einführung in die Statistik für Psychologen  
und Sozialwissenschaftler**

4., überarbeitete Auflage

Mit 50 Abbildungen und 34 Tabellen

# Inhaltsverzeichnis

<b>5</b>	<b>Einfaktorielle Varianzanalyse</b> . . . . .	1	<b>6.5</b>	<b>Post-hoc-Analysen</b> . . . . .	56
	<i>Björn Rasch, Malte Friese, Wilhelm Hofmann, Ewald Naumann</i>		6.5.1	Der Tukey HSD-Test . . . . .	56
<b>5.1</b>	<b>Warum Varianzanalyse?</b> . . . . .	2	<b>6.6</b>	<b>Erhöhung der Faktorenzahl</b> . . . . .	58
5.1.1	Die $\alpha$ -Fehler-Kumulierung . . . . .	3	<b>6.7</b>	<b>Voraussetzungen</b> . . . . .	59
5.1.2	Verringerte Teststärke . . . . .	4	<b>6.8</b>	<b>Aufgaben zu Kapitel 6</b> . . . . .	60
<b>5.2</b>	<b>Das Grundprinzip der Varianzanalyse</b> . . . . .	4	6.8.1	Verständnisaufgaben . . . . .	60
5.2.1	Die Varianz . . . . .	5	6.8.2	Anwendungsaufgaben . . . . .	60
5.2.2	Die Gesamtvarianz . . . . .	6	<b>7</b>	<b>Varianzanalyse mit Messwiederholung</b> . . . . .	65
5.2.3	Zerlegung der Gesamtvarianz . . . . .	8		<i>Björn Rasch, Malte Friese, Wilhelm Hofmann, Ewald Naumann</i>	
5.2.4	Die Schätzung der Residualvarianz . . . . .	9	<b>7.1</b>	<b>Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung</b> . . . . .	66
5.2.5	Die Schätzung der systematischen Varianz . . . . .	11	7.1.1	Zerlegung der Gesamtvarianz . . . . .	67
5.2.6	Quadratsummen und Freiheitsgrade . . . . .	13	7.1.2	Schätzung der Varianzkomponenten . . . . .	68
5.2.7	Der $F$ -Bruch . . . . .	14	7.1.3	Signifikanzprüfung . . . . .	69
5.2.8	Die Nullhypothese . . . . .	15	7.1.4	Voraussetzungen für die Varianzanalyse mit Messwiederholung . . . . .	71
5.2.9	Signifikanzprüfung des $F$ -Werts . . . . .	16	7.1.5	Die Zirkularitätsannahme . . . . .	71
5.2.10	Die Alternativhypothese der Varianzanalyse . . . . .	17	7.1.6	Effektstärke . . . . .	74
5.2.11	Die Terminologie der Varianzanalyse . . . . .	19	7.1.7	Teststärkeanalyse . . . . .	75
5.2.12	Beispielrechnung . . . . .	20	7.1.8	Stichprobenumfangsplanung . . . . .	77
<b>5.3</b>	<b>Die Determinanten der Varianzanalyse</b> . . . . .	23	7.1.9	Post-hoc-Analysen . . . . .	78
5.3.1	Beziehung zwischen $F$ - und $t$ -Wert . . . . .	23	<b>7.2</b>	<b>Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf einem Faktor</b> . . . . .	79
5.3.2	Effektstärke . . . . .	24	7.2.1	Zerlegung der Gesamtvarianz . . . . .	79
5.3.3	Teststärkeanalyse . . . . .	25	7.2.2	Schätzung der Varianzkomponenten . . . . .	80
5.3.4	Stichprobenumfangsplanung . . . . .	27	7.2.3	Signifikanzprüfung der Effekte . . . . .	82
<b>5.4</b>	<b>Post-hoc-Analysen</b> . . . . .	28	7.2.4	Effektstärke . . . . .	84
5.4.1	Der Tukey HSD-Test . . . . .	29	7.2.5	Teststärkeanalyse . . . . .	84
<b>5.5</b>	<b>Voraussetzungen der Varianzanalyse</b> . . . . .	30	7.2.6	Stichprobenumfangsplanung . . . . .	85
<b>5.6</b>	<b>Aufgaben zu Kapitel 5</b> . . . . .	32	7.2.7	Post-hoc-Analysen . . . . .	85
5.6.1	Verständnisaufgaben . . . . .	32	<b>7.3</b>	<b>Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf beiden Faktoren</b> . . . . .	85
5.6.2	Anwendungsaufgaben . . . . .	32	7.3.1	Signifikanzprüfung und $F$ -Bruch-Bildung . . . . .	86
<b>6</b>	<b>Zweifaktorielle Varianzanalyse</b> . . . . .	35	7.3.2	Effektstärke . . . . .	87
	<i>Björn Rasch, Malte Friese, Wilhelm Hofmann, Ewald Naumann</i>		7.3.3	Teststärke und Stichprobenumfangsplanung . . . . .	88
<b>6.1</b>	<b>Nomenklatur</b> . . . . .	36	7.3.4	Post-hoc-Analysen . . . . .	88
<b>6.2</b>	<b>Effektarten</b> . . . . .	38	<b>7.4</b>	<b>Bewertung der Messwiederholung</b> . . . . .	88
6.2.1	Prüfung der Effekte . . . . .	39	<b>7.5</b>	<b>Aufgaben zu Kapitel 7</b> . . . . .	90
6.2.2	Die Schätzung der Residualvarianz . . . . .	40	7.5.1	Verständnisaufgaben . . . . .	90
6.2.3	Prüfung des Haupteffekts A auf Signifikanz . . . . .	41	7.5.2	Anwendungsaufgaben . . . . .	91
6.2.4	Prüfung des Haupteffekts B auf Signifikanz . . . . .	43	<b>8</b>	<b>Verfahren für Rangdaten</b> . . . . .	93
6.2.5	Prüfung der Wechselwirkung $A \times B$ auf Signifikanz . . . . .	44		<i>Björn Rasch, Malte Friese, Wilhelm Hofmann, Ewald Naumann</i>	
6.2.6	Datenbeispiel . . . . .	47	<b>8.1</b>	<b>Der Mann-Whitney <math>U</math>-Test</b> . . . . .	94
<b>6.3</b>	<b>Die Determinanten der Varianzanalyse</b> . . . . .	49	8.1.1	Zuordnung der Rangplätze . . . . .	95
6.3.1	Effektstärke . . . . .	49	8.1.2	Der $U$ -Wert und $U'$ -Wert . . . . .	96
6.3.2	Teststärkeanalyse . . . . .	50			
6.3.3	Stichprobenumfangsplanung . . . . .	51			
<b>6.4</b>	<b>Die Wechselwirkung</b> . . . . .	52			
6.4.1	Definition der Wechselwirkung . . . . .	53			
6.4.2	Verschiedene Arten der Wechselwirkung . . . . .	55			

8.1.3 Signifikanzprüfung beim *U*-Test . . . . . 98

8.1.4 Verbundene Ränge . . . . . 101

8.1.5 Teststärke und Stichprobenumfangsplanung . . . . . 102

**8.2 Der Wilcoxon-Test . . . . . 105**

**8.3 Der Kruskal-Wallis *H*-Test . . . . . 106**

**8.4 Aufgaben zu Kapitel 8 . . . . . 109**

8.4.1 Verständnisaufgaben . . . . . 109

8.4.2 Anwendungsaufgaben . . . . . 109

**9 Verfahren für Nominaldaten . . . . . 111**  
*Björn Rasch, Malte Frieze, Wilhelm Hofmann,  
 Ewald Naumann*

**9.1 Der eindimensionale Chi-Quadrat-Test . . . . . 113**

9.1.1 Die Nullhypothese . . . . . 113

9.1.2 Der Chi-Quadrat-Kennwert . . . . . 115

9.1.3 Signifikanzprüfung des Chi-Quadrat-Werts . . . . . 116

9.1.4 Effektstärke . . . . . 118

9.1.5 Teststärkeanalyse . . . . . 119

9.1.6 Stichprobenumfangsplanung . . . . . 119

**9.2 Der zweidimensionale Chi-Quadrat-Test . . . . . 120**

9.2.1 Die statistische Null- und Alternativhypothese . . . . . 121

9.2.2 Der Chi-Quadrat-Wert . . . . . 123

9.2.3 Effektstärke . . . . . 125

9.2.4 Teststärkeanalyse . . . . . 126

9.2.5 Stichprobenumfangsplanung . . . . . 127

**9.3 Der Vierfelder Chi-Quadrat-Test . . . . . 127**

9.3.1 Der Phi-Koeffizient . . . . . 128

**9.4 Voraussetzungen der Chi-Quadrat-Verfahren . . . . . 128**

**9.5 Durchführung eines Chi-Quadrat-Tests . . . . . 129**

**9.6 Aufgaben zu Kapitel 9 . . . . . 130**

9.6.1 Verständnisaufgaben . . . . . 130

9.6.2 Anwendungsaufgaben . . . . . 130

**Literaturverzeichnis . . . . . 153**

**Stichwortverzeichnis . . . . . 155**

**Anhang**

**Anhang A1: Lösungen der Aufgaben . . . . . 135**

**Lösungen zu Kapitel 5 . . . . . 135**

Verständnisaufgaben . . . . . 135

Anwendungsaufgaben . . . . . 136

**Lösungen zu Kapitel 6 . . . . . 138**

Verständnisaufgaben . . . . . 138

Anwendungsaufgaben . . . . . 139

**Lösungen zu Kapitel 7 . . . . . 143**

Verständnisaufgaben . . . . . 143

Anwendungsaufgaben . . . . . 144

**Lösungen zu Kapitel 8 . . . . . 145**

Verständnisaufgaben . . . . . 145

Anwendungsaufgaben . . . . . 146

**Lösungen zu Kapitel 9 . . . . . 149**

Verständnisaufgaben . . . . . 149

Anwendungsaufgaben . . . . . 149