

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b> .....	<b>5</b>
<b>I Die Wirklichkeit geometrisieren: Graphentheorie</b> .....	<b>7</b>
1 Einleitung .....	7
2 Einige grundlegende Definitionen .....	10
3 Durchlaufbarkeit von Graphen .....	15
3.1 Der Eulersche Satz .....	15
3.2 Wann existiert in einem Graphen wenigstens ein Bogenkreis? .....	20
3.3 Wann enthalten alle Bogenkreise eines Graphen geradzahlig viele Bögen? .....	22
3.4 Ein einfaches Färbungsproblem .....	28
4 Die Eulersche Formel .....	32
5 Plättbarkeit von Graphen .....	38
5.1 Das Problem .....	38
5.2 Begriffsbildungen .....	39
5.3 Der Satz von Kuratowski .....	42
6 Ausgewählte Probleme .....	45
6.1 Die Anzahl der Bögen in einem vollständigen Graphen .....	45
6.2 Wie viele Knoten ungerader Ordnung gibt es in beliebigen Graphen? .....	48
6.3 Das Königsberger Brückenproblem .....	50
7 Hamiltonsche Bogenzüge .....	52
8 Färbungsprobleme .....	58
8.1 Das Vierfarbenproblem .....	58
8.2 Ein Zweifarbensatz .....	62
8.3 Verallgemeinerung des Zweifarbensatzes .....	65
8.4 Der Sechsfarbensatz .....	69
<b>II Die Welt ausmessen</b> .....	<b>71</b>
1 Einleitung .....	71
2 Längenmessung .....	72
2.1 Die Länge einer „krummen Linie“ .....	72
2.2 Die Länge von Streckenzügen .....	74
2.3 Strecken irrationaler Länge: die Länge der Diagonalen eines Einheitsquadrates .....	77
3 Flächenmessung .....	78
3.1 Flächeninhalt von Rechtecken .....	78
3.2 Flächeninhalt beliebiger ebener Figuren .....	82
3.3 Flächeninhalt von Parallelogrammen .....	82
3.4 Flächeninhalt von Dreiecken .....	83
3.5 Flächeninhalt von Einheitskreisen: Die Kreiszahl $\pi$ .....	84
3.6 Vergrößern und Verkleinern .....	87
3.7 Eigenschaften der zentrischen Streckung .....	88
3.8 Längen- und Flächenverhältnisse bei zentrischer Streckung .....	91
4 Umfang und Flächeninhalt von Kreisen .....	93

4.1	Umfang des Einheitskreises .....	93
4.2	Flächeninhalt des Kreises mit dem Radius $r$ cm .....	94
4.3	Umfang des Kreises mit dem Radius $r$ cm .....	95
4.4	Eine Alternative zur Bestimmung des Kreisumfangs aus der Kreisfläche .....	95
4.5	Probleme mit Umfang und Flächeninhalt geschlossener Figuren .....	96
5	Volumenbestimmung .....	98
5.1	Quadervolumen .....	98
5.2	Gerade Zylinder .....	99
5.3	Pyramiden .....	101
<b>III</b>	<b>Den Raum erkunden .....</b>	<b>105</b>
1	Einleitung .....	105
2	Abwicklungen von Körpern (Netze) .....	106
2.1	Würfel .....	106
2.2	Pyramiden mit quadratischer Grundfläche .....	113
3	Faltmodelle .....	115
3.1	Pyramiden .....	115
3.2	Berechnungen am Kegel .....	120
4	Schulung der Raumvorstellung .....	122
<b>IV</b>	<b>Die Welt nachbauen: Faltmodelle verschiedener Haus- und Dachformen .....</b>	<b>127</b>
1	Das Spitzgiebeldach .....	127
2	Das Walmdach .....	131
3	Dreitafelprojektion .....	134
4	Kavalierperspektive und Militärperspektive .....	137
4.1	Kavalierperspektive .....	137
4.2	Kavalierperspektive eines Walmdachhauses .....	140
4.3	Eine alternative Zeichnung in Kavalierperspektive .....	141
5	Militärperspektive .....	142
6	Das Haus mit L-förmigem Grundriss .....	143
7	Dachausbauten .....	146
7.1	Satteldachgaube .....	146
7.2	Walmdachgaube .....	147
7.3	Schleppgaube und Krüppelwalm .....	148
<b>V</b>	<b>Die Geometrie strukturieren: Deckabbildungen und Symmetrien .....</b>	<b>151</b>
1	Einleitung .....	151
2	Deckdrehungen von gleichseitigen Dreiecken und Quadraten ..	152
3	Die Deckabbildungen der regelmäßigen Figuren .....	155
3.1	Das gleichseitige Dreieck .....	155
3.2	Die Deckabbildungen des regelmäßigen Sechsecks .....	156
4	Der Begriff der Gruppe .....	162
5	Deckabbildungen und Gruppentheorie .....	167
6	Symmetrien – Das Haus der Vierecke .....	170
7	Die Deckabbildungen der Ebene .....	174

7.1 Die Spiegelung .....	174
7.2 Die Drehung .....	175
7.3 Die Punktspiegelung .....	178
7.4 Die Parallelverschiebung.....	179
7.5 Die Schubspiegelung.....	180
<b>VI Die Ästhetik strukturieren: Bandornamente und Parkettierung .....</b>	<b>181</b>
1 Bandornamente.....	181
2 Die Deckabbildungsgruppe von Bandornamenten.....	184
2.1 Ein einfaches Ornament .....	185
2.2 Ein achsen- und verschiebungssymmetrisches Ornament ...	185
3 Parkettierungen.....	189
3.1 Erste Begriffsbildungen und Beispiele.....	189
3.2 Einfache Parkettierungen .....	192
3.3 Knabbertechnik .....	197
3.4 Parkettierungen mit mehreren Ausgangsfiguren.....	198
<b>Anhang .....</b>	<b>203</b>
A Lösungen zu den Aufgaben.....	203
A.1 Kapitel I.....	203
A.2 Kapitel II.....	211
A.3 Kapitel III .....	214
A.4 Kapitel V .....	215
A.5 Kapitel VI.....	220
<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>225</b>
<b>Index .....</b>	<b>227</b>
<b>Liste der verwendeten Symbole .....</b>	<b>231</b>