

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort . . . . .	IX
Symbole und Bezeichnungen . . . . .	X
<b>1. Beschreibende (deskriptive) Statistik . . . . .</b>	<b>1</b>
<b>1.1. Grundbegriffe . . . . .</b>	<b>1</b>
<b>1.2. Eindimensionale Stichproben . . . . .</b>	<b>1</b>
1.2.1. Häufigkeiten bei diskreten Merkmalen . . . . .	1
1.2.2. Mittelwerte (Lokalisationsmaße) . . . . .	2
1.2.3. Klasseneinteilung . . . . .	5
1.2.4. Streuungsmaße . . . . .	7
1.2.5. Konzentrationsmaße . . . . .	9
<b>1.3. Zweidimensionale Stichproben . . . . .</b>	<b>13</b>
1.3.1. Grundbegriffe . . . . .	13
1.3.2. Häufigkeiten und bedingte Häufigkeiten . . . . .	13
1.3.3. Mittelwerte und bedingte Mittelwerte . . . . .	15
1.3.4. Korrelationsrechnung . . . . .	16
1.3.5. Regressionsrechnung . . . . .	19
1.3.6. Indexzahlen . . . . .	23
1.3.7. Zeitreihen . . . . .	24
<b>2. Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .</b>	<b>28</b>
<b>2.1. Zufällige Ereignisse . . . . .</b>	<b>28</b>
2.1.1. Grundbegriffe . . . . .	28
2.1.2. Ereignisfeld (Ereignissystem, $\sigma$ -Algebra) . . . . .	30
<b>2.2. Häufigkeiten von Ereignissen . . . . .</b>	<b>31</b>
<b>2.3. Wahrscheinlichkeiten . . . . .</b>	<b>31</b>
2.3.1. Definitionsversuch von Richard von Mises . . . . .	31
2.3.2. Klassische Wahrscheinlichkeit nach Laplace . . . . .	32
2.3.3. Kombinatorische Methoden zur Berechnung von klassischen Wahrscheinlichkeiten . . . . .	33
2.3.4. Axiomatische Wahrscheinlichkeit nach Kolmogorow . . . . .	35
2.3.5. Geometrische Wahrscheinlichkeiten und Simulationen . . . . .	36
<b>2.4. Bedingte Wahrscheinlichkeiten . . . . .</b>	<b>38</b>
2.4.1. Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit . . . . .	38
2.4.2. Multiplikationssatz für bedingte Wahrscheinlichkeiten . . . . .	39
2.4.3. Satz von der totalen (vollständigen) Wahrscheinlichkeit und Bayesche Formel . . . . .	39
<b>2.5. Unabhängige Ereignisse . . . . .</b>	<b>40</b>
2.5.1. Unabhängigkeit von zwei Ereignissen . . . . .	40

2.5.2.	Unabhängigkeit von $n$ Ereignissen . . . . .	40
2.5.3.	Unabhängigkeit von $n$ Zufallsexperimenten . . . . .	40
2.5.4.	Unabhängige Wiederholungen eines Zufallsexperiments . . . . .	41
2.5.5.	Spezielle Verteilungen . . . . .	41
2.5.5.1.	Binomialverteilung . . . . .	41
2.5.5.2.	Geometrische Verteilung . . . . .	41
<b>3.</b>	<b>Zufallsvariablen . . . . .</b>	<b>42</b>
<b>3.1.</b>	<b>Definition einer Zufallsvariablen . . . . .</b>	<b>42</b>
<b>3.2.</b>	<b>Eindimensionale diskrete Zufallsvariable . . . . .</b>	<b>42</b>
3.2.1.	Verteilung und Verteilungsfunktion . . . . .	42
3.2.2.	Kenngrößen einer diskreten Zufallsvariablen . . . . .	44
3.2.3.	Spezielle diskrete Zufallsvariablen . . . . .	46
	Indikatorvariable . . . . .	46
	Gleichmäßige diskrete Verteilung auf $W = \{1, 2, \dots, m\}$ . . . . .	46
	Binomialverteilung . . . . .	46
	Binomialverteilung beim Ziehen mit Zurücklegen . . . . .	48
	Hypergeometrische Verteilung beim Ziehen ohne Zurücklegen . . . . .	48
	Poisson-Verteilung . . . . .	48
	Negative Binomialverteilung . . . . .	49
	Geometrische Verteilung . . . . .	49
<b>3.3.</b>	<b>Zweidimensionale diskrete Zufallsvariable . . . . .</b>	<b>49</b>
3.3.1.	Gemeinsame Verteilung und Randverteilungen . . . . .	49
3.3.2.	Unabhängige diskrete Zufallsvariablen . . . . .	51
3.3.3.	Bedingte Verteilungen und bedingte Erwartungswerte . . . . .	51
3.3.4.	Kenngrößen bei zweidimensionalen Zufallsvariablen . . . . .	52
<b>3.4.</b>	<b>Eindimensionale stetige Zufallsvariable . . . . .</b>	<b>54</b>
3.4.1.	Dichte und Verteilungsfunktion . . . . .	54
3.4.2.	Kenngrößen . . . . .	54
3.4.3.	Spezielle stetige Zufallsvariablen . . . . .	56
	Gleichmäßige Verteilung . . . . .	56
	Exponentialverteilung . . . . .	57
	Normalverteilung . . . . .	57
	Logarithmische Normalverteilung (Lognormalverteilung) . . . . .	59
	Erlang-Verteilung . . . . .	59
	Weibull-Verteilung . . . . .	60
	Gammaverteilung . . . . .	60
	Chi-Quadrat-Verteilung . . . . .	61
	t-Verteilung . . . . .	62
	F-Verteilung . . . . .	63
<b>3.5.</b>	<b>Zweidimensionale stetige Zufallsvariable . . . . .</b>	<b>64</b>
3.5.1.	Gemeinsame Verteilung und Randverteilungen . . . . .	64
3.5.2.	Unabhängige stetige Zufallsvariablen . . . . .	65
3.5.3.	Bedingte Verteilungen und bedingte Erwartungswerte . . . . .	65
3.5.4.	Kenngrößen . . . . .	66
3.5.5.	Zweidimensionale Normalverteilung . . . . .	68

3.5.6.	Summe zweier stetiger Zufallsvariabler . . . . .	69
<b>3.6.</b>	<b>Mehrdimensionale Zufallsvariable . . . . .</b>	<b>70</b>
3.6.1.	Gemeinsame Verteilungsfunktion . . . . .	70
3.6.2.	Unabhängigkeit . . . . .	70
3.6.3.	Mehrdimensionale stetige Zufallsvariable (stetiger Zufallsvektor) . . . . .	71
<b>3.7.</b>	<b>Ungleichungen bei Zufallsvariablen . . . . .</b>	<b>72</b>
<b>3.8.</b>	<b>Gesetze der großen Zahlen . . . . .</b>	<b>74</b>
3.8.1	Zentrale Grenzwertsätze . . . . .	74
3.8.2.	Das schwache Gesetz der großen Zahlen . . . . .	76
3.8.3.	Das starke Gesetz der großen Zahlen . . . . .	78
<b>4.</b>	<b>Beurteilende (induktive) Statistik . . . . .</b>	<b>79</b>
<b>4.1.</b>	<b>Zufallsstichproben und Stichprobenfunktionen . . . . .</b>	<b>79</b>
<b>4.2.</b>	<b>Parameterschätzungen (Punktschätzungen) . . . . .</b>	<b>79</b>
4.2.1.	Eigenschaften von Schätzfunktionen . . . . .	80
4.2.2.	Die Ungleichung von Rao-Cramér . . . . .	80
4.2.3.	Maximum-Likelihood-Schätzung . . . . .	82
4.2.4.	Schätzwerte für spezielle Parameter . . . . .	84
<b>4.3.</b>	<b>Konfidenzintervalle (Intervallschätzung) . . . . .</b>	<b>85</b>
4.3.1.	Allgemeine Konfidenzintervalle (Vertrauensintervalle) . . . . .	85
4.3.2.	Konfidenzintervalle nach Clopper-Pearson . . . . .	85
4.3.3.	Asymptotische Konfidenzintervalle . . . . .	86
4.3.4.	Spezielle (empirische) Konfidenzintervalle . . . . .	87
4.3.4.1.	Konfidenzintervalle für einen Erwartungswert . . . . .	87
4.3.4.2.	Konfidenzintervalle für eine Varianz . . . . .	88
4.3.4.3.	Konfidenzintervalle für eine Standardabweichung . . . . .	89
4.3.4.4.	Konfidenzintervalle für eine Wahrscheinlichkeit . . . . .	89
4.3.4.5.	Konfidenzintervalle für den Parameter einer Poisson-Verteilung . . . . .	90
4.3.4.6.	Konfidenzintervalle für den Parameter einer Exponentialverteilung . . . . .	91
4.3.4.7.	Konfidenzintervalle für den Parameter $\vartheta$ einer in $[0; \vartheta]$ gleichmäßig stetigen Verteilung . . . . .	92
4.3.4.8.	Konfidenzintervalle für die Differenz zweier Erwartungswerte . . . . .	92
4.3.4.9.	Konfidenzintervalle für den Quotienten der Varianzen zweier unabhängiger Zufallsvariablen . . . . .	94
4.3.4.10.	Asymptotische Konfidenzintervalle für die Differenz zweier Wahrscheinlichkeiten . . . . .	95
4.3.4.11.	Konfidenzintervalle für den Median stetiger Zufallsvariablen . . . . .	95
4.3.4.12.	Konfidenzintervalle für Quantile stetiger Zufallsvariablen . . . . .	96
<b>4.4.</b>	<b>Parametertests . . . . .</b>	<b>97</b>
4.4.1.	Grundlagen . . . . .	97
4.4.2.	Parametertests bei Einstichprobenproblemen . . . . .	100
4.4.2.1.	Test eines Erwartungswertes . . . . .	100
4.4.2.2.	Test einer Varianz . . . . .	101
4.4.2.3.	Test einer Wahrscheinlichkeit . . . . .	102

4.4.2.4. Test des Parameters einer Poisson-Verteilung . . . . .	103
4.4.2.5. Test des Parameters einer Exponentialverteilung . . . . .	104
4.4.2.6. Vorzeichen-Test . . . . .	105
4.4.2.7. Test des Medians einer stetigen Zufallsvariablen . . . . .	106
4.4.2.8. Test eines Quantils einer stetigen Zufallsvariablen . . . . .	107
4.4.3. Parametertests bei Zweistichprobenproblemen . . . . .	108
4.4.3.1. Test des Korrelationskoeffizienten bei Normalverteilungen . . . . .	108
4.4.3.2. Test der Differenz zweier Erwartungswerte . . . . .	109
4.4.3.3. Test des Quotienten der Varianzen zweier unabhängiger Normalverteilungen . . . . .	111
4.4.3.4. Test auf Gleichheit der Wahrscheinlichkeiten eines Ereignisses in zwei unabhängigen Grundgesamtheiten . . . . .	111
4.4.4. Parametertests bei Mehrstichprobenproblemen . . . . .	113
4.4.4.1. Test auf Gleichheit der Korrelationskoeffizienten zweier unabhängiger Normalverteilungen . . . . .	113
4.4.4.2. Test auf Gleichheit der Korrelationskoeffizienten mehrerer unabhängiger Normalverteilungen . . . . .	113
4.4.4.3. Test auf Gleichheit der Erwartungswerte mehrerer unabhängiger Normalverteilungen . . . . .	114
4.4.4.4. Test auf Gleichheit der Varianzen unabhängiger normal- verteilter Zufallsvariablen - Bartlett-Test . . . . .	114
4.4.4.5. Test auf Gleichheit der Varianzen unabhängiger stetiger Zufallsvariablen - Chi-Quadrat-Test von Scheffé . . . . .	115
4.4.4.6. Test auf Gleichheit der Wahrscheinlichkeiten eines Ereig- nisses in verschiedenen unabhängigen Grundgesamtheiten . . . . .	115
<b>4.5. Nichtparametrische Tests . . . . .</b>	<b>116</b>
4.5.1. Chi-Quadrat-Tests . . . . .	116
4.5.1.1. Chi-Quadrat-Test der Wahrscheinlichkeiten einer vollständigen Ereignisdisjunktion . . . . .	116
4.5.1.2. Chi-Quadrat-Anpassungstest für eine beliebige Verteilung . . . . .	117
4.5.1.3. Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest . . . . .	118
4.5.1.4. Chi-Quadrat-Homogenitätstest Test auf Gleichheit mehrerer Verteilungen . . . . .	120
4.5.2. Kolmogorow-Smirnow-Tests . . . . .	121
4.5.2.1. Kolmogorow-Smirnow-Einstichproben-Test . . . . .	121
4.5.2.2. Konfidenzbereiche für eine unbekannte Verteilungsfunktion . . . . .	122
4.5.2.3. Kolmogorow-Smirnow-Zweistichproben-Test . . . . .	123
4.5.3. Wilcoxon-Tests . . . . .	124
4.5.3.1. Der Vorzeichen-Rangtest (Symmetrie-Test) nach Wilcoxon . . . . .	124
4.5.3.2. Der Wilcoxon-Rangsummentest . . . . .	126
<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>128</b>
<b>Tabellenanhang . . . . .</b>	<b>130</b>
<b>Sachwortverzeichnis . . . . .</b>	<b>156</b>