

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	IX
Symbole und Bezeichnungen	X
1. Beschreibende (deskriptive) Statistik	1
1.1. Grundbegriffe	1
1.2. Eindimensionale Stichproben	1
1.2.1. Häufigkeiten bei diskreten Merkmalen	1
1.2.2. Mittelwerte (Lokalisationsmaße)	2
1.2.3. Klasseneinteilung	5
1.2.4. Streuungsmaße	7
1.2.5. Konzentrationsmaße	9
1.3. Zweidimensionale Stichproben	13
1.3.1. Grundbegriffe	13
1.3.2. Häufigkeiten und bedingte Häufigkeiten	13
1.3.3. Mittelwerte und bedingte Mittelwerte	15
1.3.4. Korrelationsrechnung	16
1.3.5. Regressionsrechnung	19
1.3.6. Indexzahlen	23
1.3.7. Zeitreihen	24
2. Wahrscheinlichkeitsrechnung	28
2.1. Zufällige Ereignisse	28
2.1.1. Grundbegriffe	28
2.1.2. Ereignisfeld (Ereignissystem, σ -Algebra)	30
2.2. Häufigkeiten von Ereignissen	31
2.3. Wahrscheinlichkeiten	31
2.3.1. Definitionsversuch von Richard von Mises	31
2.3.2. Klassische Wahrscheinlichkeit nach Laplace	32
2.3.3. Kombinatorische Methoden zur Berechnung von klassischen Wahrscheinlichkeiten	33
2.3.4. Axiomatische Wahrscheinlichkeit nach Kolmogorow	35
2.3.5. Geometrische Wahrscheinlichkeiten und Simulationen	36
2.4. Bedingte Wahrscheinlichkeiten	38
2.4.1. Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit	38
2.4.2. Multiplikationssatz für bedingte Wahrscheinlichkeiten	39
2.4.3. Satz von der totalen (vollständigen) Wahrscheinlichkeit und Bayesche Formel	39
2.5. Unabhängige Ereignisse	40
2.5.1. Unabhängigkeit von zwei Ereignissen	40

2.5.2.	Unabhängigkeit von n Ereignissen	40
2.5.3.	Unabhängigkeit von n Zufallsexperimenten	40
2.5.4.	Unabhängige Wiederholungen eines Zufallsexperiments	41
2.5.5.	Spezielle Verteilungen	41
2.5.5.1.	Binomialverteilung	41
2.5.5.2.	Geometrische Verteilung	41
3.	Zufallsvariablen	42
3.1.	Definition einer Zufallsvariablen	42
3.2.	Eindimensionale diskrete Zufallsvariable	42
3.2.1.	Verteilung und Verteilungsfunktion	42
3.2.2.	Kenngrößen einer diskreten Zufallsvariablen	44
3.2.3.	Spezielle diskrete Zufallsvariablen	46
	Indikatorvariable	46
	Gleichmäßige diskrete Verteilung auf $W = \{1, 2, \dots, m\}$	46
	Binomialverteilung	46
	Binomialverteilung beim Ziehen mit Zurücklegen	48
	Hypergeometrische Verteilung beim Ziehen ohne Zurücklegen	48
	Poisson-Verteilung	48
	Negative Binomialverteilung	49
	Geometrische Verteilung	49
3.3.	Zweidimensionale diskrete Zufallsvariable	49
3.3.1.	Gemeinsame Verteilung und Randverteilungen	49
3.3.2.	Unabhängige diskrete Zufallsvariablen	51
3.3.3.	Bedingte Verteilungen und bedingte Erwartungswerte	51
3.3.4.	Kenngrößen bei zweidimensionalen Zufallsvariablen	52
3.4.	Eindimensionale stetige Zufallsvariable	54
3.4.1.	Dichte und Verteilungsfunktion	54
3.4.2.	Kenngrößen	54
3.4.3.	Spezielle stetige Zufallsvariablen	56
	Gleichmäßige Verteilung	56
	Exponentialverteilung	57
	Normalverteilung	57
	Logarithmische Normalverteilung (Lognormalverteilung)	59
	Erlang-Verteilung	59
	Weibull-Verteilung	60
	Gammaverteilung	60
	Chi-Quadrat-Verteilung	61
	t-Verteilung	62
	F-Verteilung	63
3.5.	Zweidimensionale stetige Zufallsvariable	64
3.5.1.	Gemeinsame Verteilung und Randverteilungen	64
3.5.2.	Unabhängige stetige Zufallsvariablen	65
3.5.3.	Bedingte Verteilungen und bedingte Erwartungswerte	65
3.5.4.	Kenngrößen	66
3.5.5.	Zweidimensionale Normalverteilung	68

3.5.6.	Summe zweier stetiger Zufallsvariabler	69
3.6.	Mehrdimensionale Zufallsvariable	70
3.6.1.	Gemeinsame Verteilungsfunktion	70
3.6.2.	Unabhängigkeit	70
3.6.3.	Mehrdimensionale stetige Zufallsvariable (stetiger Zufallsvektor)	71
3.7.	Ungleichungen bei Zufallsvariablen	72
3.8.	Gesetze der großen Zahlen	74
3.8.1	Zentrale Grenzwertsätze	74
3.8.2.	Das schwache Gesetz der großen Zahlen	76
3.8.3.	Das starke Gesetz der großen Zahlen	78
4.	Beurteilende (induktive) Statistik	79
4.1.	Zufallsstichproben und Stichprobenfunktionen	79
4.2.	Parameterschätzungen (Punktschätzungen)	79
4.2.1.	Eigenschaften von Schätzfunktionen	80
4.2.2.	Die Ungleichung von Rao-Cramér	80
4.2.3.	Maximum-Likelihood-Schätzung	82
4.2.4.	Schätzwerte für spezielle Parameter	84
4.3.	Konfidenzintervalle (Intervallschätzung)	85
4.3.1.	Allgemeine Konfidenzintervalle (Vertrauensintervalle)	85
4.3.2.	Konfidenzintervalle nach Clopper-Pearson	85
4.3.3.	Asymptotische Konfidenzintervalle	86
4.3.4.	Spezielle (empirische) Konfidenzintervalle	87
4.3.4.1.	Konfidenzintervalle für einen Erwartungswert	87
4.3.4.2.	Konfidenzintervalle für eine Varianz	88
4.3.4.3.	Konfidenzintervalle für eine Standardabweichung	89
4.3.4.4.	Konfidenzintervalle für eine Wahrscheinlichkeit	89
4.3.4.5.	Konfidenzintervalle für den Parameter einer Poisson-Verteilung	90
4.3.4.6.	Konfidenzintervalle für den Parameter einer Exponentialverteilung	91
4.3.4.7.	Konfidenzintervalle für den Parameter ϑ einer in $[0; \vartheta]$ gleichmäßig stetigen Verteilung	92
4.3.4.8.	Konfidenzintervalle für die Differenz zweier Erwartungswerte	92
4.3.4.9.	Konfidenzintervalle für den Quotienten der Varianzen zweier unabhängiger Zufallsvariablen	94
4.3.4.10.	Asymptotische Konfidenzintervalle für die Differenz zweier Wahrscheinlichkeiten	95
4.3.4.11.	Konfidenzintervalle für den Median stetiger Zufallsvariablen	95
4.3.4.12.	Konfidenzintervalle für Quantile stetiger Zufallsvariablen	96
4.4.	Parametertests	97
4.4.1.	Grundlagen	97
4.4.2.	Parametertests bei Einstichprobenproblemen	100
4.4.2.1.	Test eines Erwartungswertes	100
4.4.2.2.	Test einer Varianz	101
4.4.2.3.	Test einer Wahrscheinlichkeit	102

4.4.2.4. Test des Parameters einer Poisson-Verteilung	103
4.4.2.5. Test des Parameters einer Exponentialverteilung	104
4.4.2.6. Vorzeichen-Test	105
4.4.2.7. Test des Medians einer stetigen Zufallsvariablen	106
4.4.2.8. Test eines Quantils einer stetigen Zufallsvariablen	107
4.4.3. Parametertests bei Zweistichprobenproblemen	108
4.4.3.1. Test des Korrelationskoeffizienten bei Normalverteilungen	108
4.4.3.2. Test der Differenz zweier Erwartungswerte	109
4.4.3.3. Test des Quotienten der Varianzen zweier unabhängiger Normalverteilungen	111
4.4.3.4. Test auf Gleichheit der Wahrscheinlichkeiten eines Ereignisses in zwei unabhängigen Grundgesamtheiten	111
4.4.4. Parametertests bei Mehrstichprobenproblemen	113
4.4.4.1. Test auf Gleichheit der Korrelationskoeffizienten zweier unabhängiger Normalverteilungen	113
4.4.4.2. Test auf Gleichheit der Korrelationskoeffizienten mehrerer unabhängiger Normalverteilungen	113
4.4.4.3. Test auf Gleichheit der Erwartungswerte mehrerer unabhängiger Normalverteilungen	114
4.4.4.4. Test auf Gleichheit der Varianzen unabhängiger normal- verteilter Zufallsvariablen - Bartlett-Test	114
4.4.4.5. Test auf Gleichheit der Varianzen unabhängiger stetiger Zufallsvariablen - Chi-Quadrat-Test von Scheffé	115
4.4.4.6. Test auf Gleichheit der Wahrscheinlichkeiten eines Ereig- nisses in verschiedenen unabhängigen Grundgesamtheiten	115
4.5. Nichtparametrische Tests	116
4.5.1. Chi-Quadrat-Tests	116
4.5.1.1. Chi-Quadrat-Test der Wahrscheinlichkeiten einer vollständigen Ereignisdisjunktion	116
4.5.1.2. Chi-Quadrat-Anpassungstest für eine beliebige Verteilung	117
4.5.1.3. Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest	118
4.5.1.4. Chi-Quadrat-Homogenitätstest Test auf Gleichheit mehrerer Verteilungen	120
4.5.2. Kolmogorow-Smirnow-Tests	121
4.5.2.1. Kolmogorow-Smirnow-Einstichproben-Test	121
4.5.2.2. Konfidenzbereiche für eine unbekannte Verteilungsfunktion	122
4.5.2.3. Kolmogorow-Smirnow-Zweistichproben-Test	123
4.5.3. Wilcoxon-Tests	124
4.5.3.1. Der Vorzeichen-Rangtest (Symmetrie-Test) nach Wilcoxon	124
4.5.3.2. Der Wilcoxon-Rangsummentest	126
Literaturverzeichnis	128
Tabellenanhang	130
Sachwortverzeichnis	156