
Inhaltsverzeichnis

1	Abzählen von Objekten	1
1.1	Permutationen	2
1.2	Auswahlen	6
1.2.1	Geordnete Auswahlen	6
1.2.2	Kombinationen ohne Wiederholung	8
1.2.3	Kombinationen mit Wiederholung	12
1.3	Partitionen von Mengen	16
1.4	Partitionen von natürlichen Zahlen	21
1.5	Verteilungen	24
1.6	Beispiele und Anwendungen	28
2	Erzeugende Funktionen	37
2.1	Einleitung und Beispiele	37
2.2	Formale Potenzreihen	46
2.3	Gewöhnliche erzeugende Funktionen	52
2.4	Exponentielle erzeugende Funktionen	59
2.5	Anwendungen erzeugender Funktionen	66
3	Rekurrenzgleichungen	75
3.1	Beispielprobleme	76
3.2	Elementare Methoden	80
3.3	Lösung mit erzeugenden Funktionen	84
3.4	Lineare Rekurrenzgleichungen	92
3.4.1	Homogene lineare Rekurrenzgleichungen	93
3.4.2	Die inhomogene Gleichung	97
3.5	Nichtlineare Rekurrenzgleichungen	102
4	Summen	109
4.1	Elementare Methoden	110
4.2	Differenzen- und Summenoperatoren	114
4.3	Harmonische Zahlen	119

4.4	Weitere Methoden der Summenrechnung	122
5	Graphen	131
5.1	Grundbegriffe der Graphentheorie	132
5.2	Spannbäume	137
5.3	Graphen und Matrizen	141
5.3.1	Die Adjazenzmatrix	141
5.3.2	Die Laplace-Matrix	143
5.3.3	Weitere Anwendungen des Satzes von Kirchhoff.	145
5.4	Das Zählen von Untergraphen – Graphenpolynome	146
5.4.1	Das Unabhängigkeitspolynom	147
5.4.2	Das Matchingpolynom	151
5.4.3	Das chromatische Polynom	154
6	Geordnete Mengen	161
6.1	Grundbegriffe	162
6.2	Grundlegende Verbände	165
6.2.1	Der Boolesche Verband	165
6.2.2	Der Partitionsverband	167
6.2.3	Der Teilerverband	167
6.3	Die Inzidenzalgebra	168
6.4	Die Möbius-Funktion	170
6.5	Das Prinzip der Inklusion-Exklusion	173
6.6	Die Möbius-Inversion im Partitionsverband	178
7	Permutationen	183
7.1	Die Stirling-Zahlen erster Art	184
7.2	Die symmetrische Gruppe	189
7.3	Der Zyklenzeiger	195
7.4	Geschachtelte Symmetrie	203
8	Abzählen von Graphen und Bäumen	209
8.1	Graphen	210
8.1.1	Die Exponentialformel	211
8.1.2	Verfeinerungen der Exponentialformel	214
8.1.3	Der Partitionsverband	215
8.2	Die Gruppe $S_n^{(2)}$	216
8.3	Isomorphieklassen von Graphen	219
8.4	Bäume	221
8.4.1	Die Prüfer-Korrespondenz	222
8.4.2	Bäume mit gegebenen Knotengraden	223
8.4.3	Einsatz der Exponentialformel	225
8.5	Planare und binäre Bäume	227
9	Wörter und Automaten	233
9.1	Wörter und formale Sprachen	233

9.2	Erzeugende Funktionen	236
9.3	Automaten	240
9.3.1	Die erzeugende Funktion für die vom Automaten akzeptierte Sprache	242
9.3.2	Die richtige Wahl der Sprache für ein kombinatorisches Problem	243
9.4	Reduktionen von Automaten	247
9.5	Unendliche Automaten	250
9.5.1	Ein Automat für Mengenpartitionen	251
9.5.2	Partitionen natürlicher Zahlen	253
9.6	Erzeugende Funktionen in mehreren Variablen und mit Parametern	254
10	Ausblicke	259
	Lösungen der Aufgaben	265
	Symbolverzeichnis	291
	Literatur	293
	Sachverzeichnis	295