
Inhaltsverzeichnis

Formelzeichensammlung	XVII
1 Einführung	1
1.1 Historischer Überblick	1
1.2 Generelle Vorgehensweise	4
1.3 Aussagesicherheit einer FE-Analyse	8
1.4 Qualitätsstandards	10
2 Anwendungsfelder und Software	13
2.1 Problemklassen	13
2.2 Kommerzielle Software	15
3 Grundgleichungen der linearen Finite-Element-Methode	19
3.1 Matrizenrechnung	19
3.2 Gleichungen der Elastostatik	22
3.3 Grundgleichungen der Elastodynamik	29
3.4 Finites Grundgleichungssystem	29
3.4.1 Variationsprinzip	30
3.4.2 Methode von Galerkin	34
4 Die Matrix-Steifigkeitsmethode	37
5 Das Konzept der Finite-Element-Methode	45
5.1 Allgemeine Vorgehensweise	45
5.2 FE-Programmsystem	48
5.3 Mathematische Formulierung	49
5.3.1 Ebenes Stab-Element	49
5.3.2 Ebenes Drehstab-Element	54
5.3.3 Ebenes Balken-Element	57
5.4 Prinzipieller Verfahrensablauf	65
5.4.1 Steifigkeitstransformation	65
5.4.2 Äquivalente Knotenkräfte	68

5.4.3	Zusammenbau und Randbedingungen	71
5.4.4	Sonderrandbedingungen	75
5.4.5	Lösung des Gleichungssystems	77
5.4.6	Berechnung der Spannungen	83
5.4.7	Systematische Problembehandlung	84
6	Wahl der Ansatzfunktionen	91
7	Elementkatalog für elastostatische Probleme	95
7.1	3-D-Balken-Element	95
7.2	Scheiben-Elemente	99
7.2.1	Belastungs- und Beanspruchungszustand	99
7.2.2	Dreieck-Element	100
7.2.3	Flächenkoordinaten	107
7.2.4	Erweiterungen des Dreieck-Elements	111
7.2.5	Rechteck-Element	113
7.2.6	Konvergenz Balken-Scheiben-Elemente	121
7.2.7	Timoshenko-Theorie	122
7.2.8	Viereck-Element	126
7.2.9	Isoparametrische Elemente	130
7.2.10	Numerische Integration	135
7.3	Platten-Elemente	140
7.3.1	Belastungs- und Beanspruchungszustand	140
7.3.2	Problematik der Platten-Elemente	143
7.3.3	Rechteck-Platten-Element	146
7.3.4	Dreieck-Platten-Element	151
7.3.5	Konvergenz	152
7.3.6	Schubverformung am Plattenstreifen	154
7.3.7	Beulproblematik	155
7.4	Schalen-Elemente	164
7.5	Volumen-Elemente	169
7.6	Kreisring-Element	174
8	Kontaktprobleme	181
8.1	Problembeschreibung	181
8.2	Einfache Lösungsmethode für Kontaktprobleme	184
8.3	Lösung zweidimensionaler Kontaktprobleme	187
8.3.1	Iterative Lösung nichtlinearer Probleme ohne Kontakt	187
8.3.2	Iterative Lösung mit Kontakt	188
9	FEM-Ansatz für dynamische Probleme	199
9.1	Virtuelle Arbeit in der Dynamik	199
9.2	Elementmassenmatrizen	202

9.2.1	3-D-Balken-Element	202
9.2.2	Endmassenwirkung	205
9.2.3	Dreieck-Scheiben-Element	206
9.3	Dämpfungsmatrizen	208
9.4	Eigenschwingungen ungedämpfter Systeme	210
9.4.1	Gleichungssystem	210
9.4.2	Numerische Ermittlung der Eigenwerte	217
9.4.3	Statische Reduktion nach Guyan	218
9.5	Freie Schwingungen	222
9.6	Erzwungene Schwingungen	224
9.7	Beliebige Anregungsfunktion	231
9.8	Lösung der Bewegungsgleichung	233
9.8.1	Direkte Integration	234
9.8.2	Zentrale Differenzenmethode	236
9.8.3	Stabilität des zentralen Differenzenverfahrens	237
10	Grundgleichungen der nichtlinearen Finite-Element-Methode	241
10.1	Lösungsprinzipien für nichtlineare Aufgaben	241
10.2	Nichtlineares Elastizitätsverhalten	244
10.3	Plastizität	247
10.4	Geometrische Nichtlinearität	251
10.5	Instabilitätsprobleme	253
11	Wärmeübertragungsprobleme	259
11.1	Physikalische Grundlagen	259
11.2	Diskretisierte Wärmeleitungsgleichung	263
11.3	Lösungsverfahren	266
11.4	Thermisch-stationäre strukturmechanische Berechnung	267
11.5	Thermisch-transiente strukturmechanische Berechnung	269
12	Mehrkörpersysteme	271
12.1	Merkmale eines MKS	271
12.2	Kinematik von MKS	273
12.2.1	Drehmatrix	275
12.2.2	Ebene Bewegung	276
12.3	Kinetik von MKS	279
12.3.1	Grundbeziehungen für den starren Körper	279
12.3.2	Newton-Euler-Methode	282
12.4	Lagrange'sche Methode	284
12.5	Mechanismenstrukturen	285

13	Bauteiloptimierung	289
13.1	Formulierung einer Optimierungsaufgabe	289
13.2	Parameteroptimierung	291
13.3	Bionische Strategie	293
13.4	Selektive Kräftepfadoptimierung	296
14	Grundregeln der FEM-Anwendung	299
14.1	Fehlerquellen	299
14.2	Elementierung und Vernetzung	300
14.3	Netzaufbau	304
14.4	Bandbreiten-Optimierung	308
14.5	Genauigkeit der Ergebnisse	311
14.6	Qualitätssicherung	314
14.7	Modelladäquatheit	315
15	Fallstudien	317
15.1	Fallstudie 1: zu Kap. 4 <i>Matrix-Steifigkeitsmethode</i>	317
15.2	Fallstudie 2: zu Kap. 5 <i>Konzept der FEM/Allgemeine Vorgehensweise</i> . .	319
15.3	Fallstudie 3: zu Kap. 5 <i>Konzept der FEM/Schiefe Randbedingungen</i> . . .	323
15.4	Fallstudie 4: zu Kap. 5 <i>Konzept der FEM/Durchdringung</i>	324
15.5	Fallstudie 5: zu Kap. 7 <i>Anwendung von Schalen-Elementen</i>	326
15.6	Fallstudie 6: zu Abschn. 7.5 <i>Anwendung von Volumen-Elementen/Mapped meshing</i>	329
15.7	Fallstudie 7: zu Abschn. 7.5 <i>Anwendung der Volumen-Elemente/Free meshing</i>	331
15.8	Fallstudie 8: zu Kap. 9 <i>Dynamische Probleme</i>	333
15.9	Fallstudie 9: zu Abschn. 9.6 <i>Erzwungene Schwingungen</i>	336
15.10	Fallstudie 10: zu Kap. 10 <i>Materialnichtlinearität</i>	339
15.11	Fallstudie 11: zu Abschn. 10.4 <i>Geometrische Nichtlinearität</i>	341
15.12	Fallstudie 12: zu Kap. 11 <i>Wärmeleitungsprobleme</i>	344
16	Übungsaufgaben	347
16.1	Übungsaufgabe 4.1	347
16.2	Übungsaufgabe 5.1	348
16.3	Übungsaufgabe 5.2	349
16.4	Übungsaufgabe 5.3	350
16.5	Übungsaufgabe 5.4	351
16.6	Übungsaufgabe 5.5	353
16.7	Übungsaufgabe 5.6	355
16.8	Übungsaufgabe 5.7	355
16.9	Übungsaufgabe 5.8	356
16.10	Übungsaufgabe 5.9	358

16.11	Übungsaufgabe 6.1	359
16.12	Übungsaufgabe 7.1	359
16.13	Übungsaufgabe 7.2	360
16.14	Übungsaufgabe 9.1	361
16.15	Übungsaufgabe 9.2	362
16.16	Übungsaufgabe 9.3	362
16.17	Übungsaufgabe 9.4	363
16.18	Übungsaufgabe 10.1	364
16.19	Übungsaufgabe 11.1	365
16.20	Übungsaufgabe 11.2	365
17	Mathematischer Anhang	367
17.1	Vektoren und Matrizen	367
17.2	Matrizen-Eigenwertproblem	371
17.3	Variationsrechnung	372
17.4	Eigenvektoren und Eigenfrequenzen	373
	17.4.1 Beweis	376
17.5	Schwingungs-DGL	378
	17.5.1 Freie ungedämpfte Schwingungen	378
	17.5.2 Freie gedämpfte Schwingungen	379
	QM-Checkliste einer FE-Berechnung	381
	Literatur	383
	Sachwortverzeichnis	387