

INHALT

6.	Lineare Algebra	13
6.1.	Determinanten und lineare Gleichungssysteme	13
6.1.1.	Determinanten	13
6.1.2.	Die Cramersche Regel	23
6.2.	Begriff der Matrix und spezielle Matrizen	25
6.3.	Matrizenoperationen	27
6.3.1.	Gleichheit	28
6.3.2.	Addition und Subtraktion	28
6.3.3.	Multiplikation mit einem Skalar	29
6.3.4.	Transponieren einer Matrix	30
6.3.5.	Multiplikation von Matrizen	30
6.4.	Ökonomische Interpretation der Grundoperationen der Matrizenrechnung	35
6.4.1.	Ökonomische Interpretation des Begriffes der Matrix	36
6.4.2.	Matrizengleichheit	37
6.4.3.	Addition und Multiplikation mit einem Skalar	38
6.4.4.	Das Skalarprodukt zweier Vektoren	40
6.4.5.	Multiplikation von Matrizen	41
6.5.	Verflechtungen	44
6.5.1.	Materialverflechtungen	44
6.5.2.	Volkswirtschaftliche Verflechtungen	46
6.6.	Inverse Matrix	48
6.7.	Vektorräume und lineare Abhängigkeit	56
6.7.1.	Vektorraum	56
6.7.2.	Linearkombination und lineare Abhängigkeit	59
6.8.	Rangbegriff und Theorie der linearen Gleichungssysteme	63
6.8.1.	Rangbegriff	63
6.8.2.	Theorie der linearen Gleichungssysteme	68
6.9.	Gaußscher Algorithmus	71

6.10.	Blockmatrizen und Matrizengleichungen	80
6.11.	Matrizeneigenwertprobleme	88
	Übungen	92
7.	Lineare Optimierung	96
7.1.	Beispiele von Aufgaben der linearen Optimierung	97
7.2.	Gegenstand der linearen Optimierung, graphische Lösung	106
7.2.1.	Gegenstand der linearen Optimierung	106
7.2.2.	Graphische Lösung linearer Optimierungsaufgaben	109
7.2.3.	Normalform	115
7.2.4.	Matrizenschreibweise linearer Optimierungsaufgaben	118
7.3.	Grundlegende Eigenschaften linearer Optimierungsaufgaben	121
7.3.1.	Zulässige Basislösungen	121
7.3.2.	Zulässige Basislösungen und Eckpunkte	124
7.3.3.	Grundlegende Aussagen über lineare Optimierungsaufgaben	131
7.4.	Theorie und Lösungsverfahren der Simplexmethode	134
7.4.1.	Erläuterung des Grundgedankens der Simplexmethode	134
7.4.2.	Theorie der Simplexmethode	139
7.4.3.	Numerische Organisation des Simplexprozesses	145
7.4.4.	Ausartung	149
7.4.5.	Mehrdeutige Lösungen	150
7.4.6.	Bestimmung einer ersten zulässigen Basislösung	152
7.4.7.	Probleme mit eingeschränkten Variablen	156
7.5.	Dualität	159
7.5.1.	Die primale und die duale Aufgabe	160
7.5.2.	Dualitätssätze	162
7.5.3.	Lösung der dualen Aufgabe durch die Simplexmethode	163
7.5.4.	Die duale Simplexmethode	167
7.6.	Parametrische Optimierung	171
7.7.	Ganzzahlige Optimierung	177
7.8.	Transportoptimierung	186
7.8.1.	Beispiele von Aufgaben der Transportoptimierung	187
7.8.2.	Das klassische Transportproblem	194
7.8.3.	Theorie der Transportoptimierung	198
7.8.4.	Methoden zur Bestimmung einer ersten zulässigen Basislösung	202
7.8.5.	Die modifizierte Distributionsmethode	207
7.8.6.	Ausartung	213
7.8.7.	Das offene Transportproblem	213
7.8.8.	Weitere Klassen von Transportproblemen	215
	Übungen	216

8.	Stochastische lineare Optimierung	221
8.1.	Wahrscheinlichkeitstheoretische Aussagen über stochastische lineare Optimierungsaufgaben	222
8.1.1.	Einleitende Bemerkungen und Bezeichnungen	222
8.1.2.	Realisierungsbereiche des Zufallsvektors \tilde{x}^0 und der Zufallsgröße \tilde{Z}^0	223
8.1.3.	Stabilität der optimalen Lösung	224
8.1.4.	Die Bedeutung der Stabilität für die Entscheidungsfindung	227
8.2.	Überführung stochastischer linearer Optimierungsaufgaben in deterministische Probleme	232
8.3.	Probleme mit Wahrscheinlichkeitsbeschränkungen	235
8.3.1.	Formulierung einer äquivalenten linearen Optimierungsaufgabe	235
8.3.2.	Bestimmung der Zulässigkeitsniveaus	237
8.3.3.	Betrachtung des Falles $\alpha_i = 1$	238
8.4.	Das Erwartungswertproblem	239
8.4.1.	Problemstellung	239
8.4.2.	Konkavität der Zielfunktion	241
8.4.3.	Das Erwartungswertproblem bei diskret verteilten \tilde{b}_i ($i \in I_2$)	242
8.4.4.	Das Erwartungswertproblem bei stetigen Zufallsgrößen \tilde{b}_i ($i \in I_2$)	246
8.4.5.	Das Erwartungswertproblem bei stochastischen Elementen in der Matrix der Nebenbedingungen	248
8.5.	Zur praktischen Anwendung der stochastischen linearen Optimierung	248
	Übungen	249
9.	Nichtlineare Optimierung	251
9.1.	Problemklassen der nichtlinearen Optimierung	251
9.1.1.	Gegenstand der nichtlinearen Optimierung	251
9.1.2.	Anwendungsmöglichkeiten	252
9.1.3.	Graphische Lösung nichtlinearer Optimierungsaufgaben	254
9.1.4.	Spezielle Problemklassen	256
9.1.5.	Besonderheiten der nichtlinearen Optimierung	261
9.2.	Stückweise lineare Zielfunktion, Linearisierung	264
9.3.	Quotientenoptimierung	267
9.4.	Quadratische Optimierung	269
9.4.1.	Konvexe quadratische Optimierungsaufgaben	269
9.4.2.	Extrema konvexer Funktionen	272
9.4.3.	Die Kuhn-Tucker-Bedingungen	275
9.4.4.	Ergänzungen zur Theorie konvexer quadratischer Optimierungsaufgaben	278
9.5.	Das Verfahren von BEALE	279

9.5.1.	Allgemeine Beschreibung des Verfahrens	279
9.5.2.	Beispiel	283
	Übungen	288
10.	Dynamische Optimierung	290
10.1.	Mehrstufige Entscheidungsprozesse und dynamische Optimierung	290
10.1.1.	Beschreibung mehrstufiger Entscheidungsprozesse	290
10.1.2.	Das Prinzip der dynamischen Optimierung	293
10.2.	Das Verfahren der dynamischen Optimierung	294
10.2.1.	Das Bellmansche Optimalprinzip	294
10.2.2.	Allgemeines Lösungsschema für Probleme der dynamischen Optimierung	294
10.3.	Das Ressourcenverteilungsproblem	301
10.3.1.	Das eindimensionale Verteilungsproblem	301
10.3.2.	Mehrdimensionale Ressourcenverteilungsprozesse	310
10.4.	Approximationsverfahren	320
10.5.	Das Maschinenbelegungsproblem	324
10.6.	Das Ausrüstungsersatzproblem	327
10.7.	Dynamische Optimierung stochastischer Probleme	333
10.8.	Dynamische Optimierung und Variationsrechnung	335
	Übungen	338
11.	Theorie der optimalen Prozesse	340
11.1.	Das Pontrjaginsche Maximumprinzip	341
11.1.1.	Grundlegende Begriffe und Formulierung der Optimierungsaufgabe	342
11.1.2.	Das Pontrjaginsche Maximumprinzip	346
11.2.	Lineare Aufgaben der Zeitoptimalität	351
11.2.1.	Existenz- und Eindeutigkeitsaussagen	352
11.2.2.	Struktur des optimalen Steuerungsvektors	353
11.2.3.	Lösungsvorschrift	353
11.2.4.	Zusammenhänge mit der linearen Optimierung	354
11.3.	Ergänzungen	355
11.4.	Eine Anwendung in der Ökonomie	355
11.4.1.	Bemerkungen über Optimalitätskriterien	356
11.4.2.	Ein theoretisches Modell für die optimale Planung	356
	Übungen	358

12.	Regelungstheorie	359
12.1.	Gegenstand der Regelungstheorie	359
12.2.	Mathematische Beschreibung der Regelstrecke	362
12.2.1.	Zustandsgleichungen	362
12.2.2.	Gewichts- und Übertragungsfunktion	363
12.3.	Identifikation	365
12.3.1.	Ermittlung der statischen Kennfunktion	365
12.3.2.	Ermittlung der dynamischen Kennfunktion	367
12.4.	Klassifikation der Regelsysteme	368
12.4.1.	Allgemeines Regelproblem	368
12.4.2.	Klassifikation der Regelsysteme	371
12.5.	Stabilität	371
12.6.	Das Bayessche Kriterium	374
12.7.	Optimale Steuerung	375
12.7.1.	Optimale Steuerung ohne Beschränkung der Steuergröße	376
12.7.2.	Optimale Steuerung mit Beschränkung der Steuergröße	380
12.8.	Optimierung bei unvollständiger a-priori-Information	381
	Übungen	381
13.	Spieltheorie	382
13.1.	Klassifikation von Spielen	383
13.2.	Zweipersonen-Nullsummenspiele	384
13.2.1.	Rechteckige Spiele mit Sattelpunkt	385
13.2.2.	Rechteckige Spiele ohne Sattelpunkt	390
13.2.3.	Dominanz	392
13.3.	Lösungsmethoden für rechteckige Spiele	393
13.3.1.	Graphische Lösung	393
13.3.2.	Matrizenmethode von SHAPLEY-SNOW	396
13.3.3.	Die Methode des fiktiven Durchspielens von BROWN-ROBINSON	398
13.4.	Zusammenhang zwischen rechteckigen Spielen und linearer Optimierung	401
13.4.1.	Zurückführung auf eine lineare Optimierungsaufgabe	401
13.4.2.	Zurückführung einer linearen Optimierungsaufgabe auf ein rechteckiges Spiel	403
13.4.3.	Zahlenbeispiel	405
13.5.	Normalisierung von Spielen	406
13.5.1.	Definition eines endlichen Spieles	406
13.5.2.	Ein Beispiel zur Normalisierung	407

13.6.	Mehrpersonenspiele	410
13.6.1.	Charakteristische Funktion und Koalitionen	411
13.6.2.	Lösung von n -Personen-Nullsummenspielen	414
	Übungen	418
	Lösung der Übungen	420
	Literaturverzeichnis	473
	Inhalt des ersten Bandes	478
	Inhalt des dritten Bandes	481
	Namen- und Sachverzeichnis	485