

# INHALT

<b>6.</b>	<b>Lineare Algebra</b> .....	<b>13</b>
6.1.	Determinanten und lineare Gleichungssysteme .....	13
6.1.1.	Determinanten .....	13
6.1.2.	Die Cramersche Regel .....	23
6.2.	Begriff der Matrix und spezielle Matrizen .....	25
6.3.	Matrizenoperationen .....	27
6.3.1.	Gleichheit .....	28
6.3.2.	Addition und Subtraktion .....	28
6.3.3.	Multiplikation mit einem Skalar .....	29
6.3.4.	Transponieren einer Matrix .....	30
6.3.5.	Multiplikation von Matrizen .....	30
6.4.	Ökonomische Interpretation der Grundoperationen der Matrizenrechnung ....	35
6.4.1.	Ökonomische Interpretation des Begriffes der Matrix .....	36
6.4.2.	Matrizengleichheit .....	37
6.4.3.	Addition und Multiplikation mit einem Skalar .....	38
6.4.4.	Das Skalarprodukt zweier Vektoren .....	40
6.4.5.	Multiplikation von Matrizen .....	41
6.5.	Verflechtungen .....	44
6.5.1.	Materialverflechtungen .....	44
6.5.2.	Volkswirtschaftliche Verflechtungen .....	46
6.6.	Inverse Matrix .....	48
6.7.	Vektorräume und lineare Abhängigkeit .....	56
6.7.1.	Vektorraum .....	56
6.7.2.	Linearkombination und lineare Abhängigkeit .....	59
6.8.	Rangbegriff und Theorie der linearen Gleichungssysteme .....	63
6.8.1.	Rangbegriff .....	63
6.8.2.	Theorie der linearen Gleichungssysteme .....	68
6.9.	Gaußscher Algorithmus .....	71

---

6.10.	Blockmatrizen und Matrixgleichungen .....	80
6.11.	Matrizeneigenwertprobleme .....	88
	Übungen .....	92
<b>7.</b>	<b>Lineare Optimierung .....</b>	<b>96</b>
7.1.	Beispiele von Aufgaben der linearen Optimierung .....	97
7.2.	Gegenstand der linearen Optimierung, graphische Lösung .....	106
7.2.1.	Gegenstand der linearen Optimierung .....	106
7.2.2.	Graphische Lösung linearer Optimierungsaufgaben .....	109
7.2.3.	Normalform .....	115
7.2.4.	Matrizenschreibweise linearer Optimierungsaufgaben .....	118
7.3.	Grundlegende Eigenschaften linearer Optimierungsaufgaben .....	121
7.3.1.	Zulässige Basislösungen .....	121
7.3.2.	Zulässige Basislösungen und Eckpunkte .....	124
7.3.3.	Grundlegende Aussagen über lineare Optimierungsaufgaben .....	131
7.4.	Theorie und Lösungsverfahren der Simplexmethode .....	134
7.4.1.	Erläuterung des Grundgedankens der Simplexmethode .....	134
7.4.2.	Theorie der Simplexmethode .....	139
7.4.3.	Numerische Organisation des Simplexprozesses .....	145
7.4.4.	Ausartung .....	149
7.4.5.	Mehrdeutige Lösungen .....	150
7.4.6.	Bestimmung einer ersten zulässigen Basislösung .....	152
7.4.7.	Probleme mit eingeschränkten Variablen .....	156
7.5.	Dualität .....	159
7.5.1.	Die primale und die duale Aufgabe .....	160
7.5.2.	Dualitätssätze .....	162
7.5.3.	Lösung der dualen Aufgabe durch die Simplexmethode .....	163
7.5.4.	Die duale Simplexmethode .....	167
7.6.	Parametrische Optimierung .....	171
7.7.	Ganzzahlige Optimierung .....	177
7.8.	Transportoptimierung .....	186
7.8.1.	Beispiele von Aufgaben der Transportoptimierung .....	187
7.8.2.	Das klassische Transportproblem .....	194
7.8.3.	Theorie der Transportoptimierung .....	198
7.8.4.	Methoden zur Bestimmung einer ersten zulässigen Basislösung .....	202
7.8.5.	Die modifizierte Distributionsmethode .....	207
7.8.6.	Ausartung .....	213
7.8.7.	Das offene Transportproblem .....	213
7.8.8.	Weitere Klassen von Transportproblemen .....	215
	Übungen .....	216

<b>8.</b>	<b>Stochastische lineare Optimierung</b> .....	221
8.1.	Wahrscheinlichkeitstheoretische Aussagen über stochastische lineare Optimierungsaufgaben .....	222
8.1.1.	Einleitende Bemerkungen und Bezeichnungen .....	222
8.1.2.	Realisierungsbereiche des Zufallsvektors $\tilde{x}^0$ und der Zufallsgröße $\tilde{Z}^0$ .....	223
8.1.3.	Stabilität der optimalen Lösung .....	224
8.1.4.	Die Bedeutung der Stabilität für die Entscheidungsfindung .....	227
8.2.	Überführung stochastischer linearer Optimierungsaufgaben in deterministische Probleme .....	232
8.3.	Probleme mit Wahrscheinlichkeitsbeschränkungen .....	235
8.3.1.	Formulierung einer äquivalenten linearen Optimierungsaufgabe .....	235
8.3.2.	Bestimmung der Zulässigkeitsniveaus .....	237
8.3.3.	Betrachtung des Falles $\alpha_i = 1$ .....	238
8.4.	Das Erwartungswertproblem .....	239
8.4.1.	Problemstellung .....	239
8.4.2.	Konkavität der Zielfunktion .....	241
8.4.3.	Das Erwartungswertproblem bei diskret verteilten $\tilde{b}_i$ ( $i \in I_2$ ) .....	242
8.4.4.	Das Erwartungswertproblem bei stetigen Zufallsgrößen $\tilde{b}_i$ ( $i \in I_2$ ) .....	246
8.4.5.	Das Erwartungswertproblem bei stochastischen Elementen in der Matrix der Nebenbedingungen .....	248
8.5.	Zur praktischen Anwendung der stochastischen linearen Optimierung .....	248
	Übungen .....	249
<b>9.</b>	<b>Nichtlineare Optimierung</b> .....	251
9.1.	Problemklassen der nichtlinearen Optimierung .....	251
9.1.1.	Gegenstand der nichtlinearen Optimierung .....	251
9.1.2.	Anwendungsmöglichkeiten .....	252
9.1.3.	Graphische Lösung nichtlinearer Optimierungsaufgaben .....	254
9.1.4.	Spezielle Problemklassen .....	256
9.1.5.	Besonderheiten der nichtlinearen Optimierung .....	261
9.2.	Stückweise lineare Zielfunktion, Linearisierung .....	264
9.3.	Quotientenoptimierung .....	267
9.4.	Quadratische Optimierung .....	269
9.4.1.	Konvexe quadratische Optimierungsaufgaben .....	269
9.4.2.	Extrema konvexer Funktionen .....	272
9.4.3.	Die Kuhn-Tucker-Bedingungen .....	275
9.4.4.	Ergänzungen zur Theorie konvexer quadratischer Optimierungsaufgaben .....	278
9.5.	Das Verfahren von BEALE .....	279

9.5.1.	Allgemeine Beschreibung des Verfahrens .....	279
9.5.2.	Beispiel .....	283
	Übungen .....	288
<b>10.</b>	<b>Dynamische Optimierung .....</b>	<b>290</b>
10.1.	Mehrstufige Entscheidungsprozesse und dynamische Optimierung .....	290
10.1.1.	Beschreibung mehrstufiger Entscheidungsprozesse .....	290
10.1.2.	Das Prinzip der dynamischen Optimierung .....	293
10.2.	Das Verfahren der dynamischen Optimierung .....	294
10.2.1.	Das Bellmansche Optimalprinzip .....	294
10.2.2.	Allgemeines Lösungsschema für Probleme der dynamischen Optimierung .....	294
10.3.	Das Ressourcenverteilungsproblem .....	301
10.3.1.	Das eindimensionale Verteilungsproblem .....	301
10.3.2.	Mehrdimensionale Ressourcenverteilungsprozesse .....	310
10.4.	Approximationsverfahren .....	320
10.5.	Das Maschinenbelegungsproblem .....	324
10.6.	Das Ausrüstungsersatzproblem .....	327
10.7.	Dynamische Optimierung stochastischer Probleme .....	333
10.8.	Dynamische Optimierung und Variationsrechnung .....	335
	Übungen .....	338
<b>11.</b>	<b>Theorie der optimalen Prozesse .....</b>	<b>340</b>
11.1.	Das Pontrjaginsche Maximumprinzip .....	341
11.1.1.	Grundlegende Begriffe und Formulierung der Optimierungsaufgabe .....	342
11.1.2.	Das Pontrjaginsche Maximumprinzip .....	346
11.2.	Lineare Aufgaben der Zeitoptimalität .....	351
11.2.1.	Existenz- und Eindeutigkeitsaussagen .....	352
11.2.2.	Struktur des optimalen Steuerungsvektors .....	353
11.2.3.	Lösungsvorschrift .....	353
11.2.4.	Zusammenhänge mit der linearen Optimierung .....	354
11.3.	Ergänzungen .....	355
11.4.	Eine Anwendung in der Ökonomie .....	355
11.4.1.	Bemerkungen über Optimalitätskriterien .....	356
11.4.2.	Ein theoretisches Modell für die optimale Planung .....	356
	Übungen .....	358

---

<b>12.</b>	<b>Regelungstheorie</b> .....	359
12.1.	Gegenstand der Regelungstheorie .....	359
12.2.	Mathematische Beschreibung der Regelstrecke .....	362
12.2.1.	Zustandsgleichungen .....	362
12.2.2.	Gewichts- und Übertragungsfunktion .....	363
12.3.	Identifikation .....	365
12.3.1.	Ermittlung der statischen Kennfunktion .....	365
12.3.2.	Ermittlung der dynamischen Kennfunktion .....	367
12.4.	Klassifikation der Regelsysteme .....	368
12.4.1.	Allgemeines Regelproblem .....	368
12.4.2.	Klassifikation der Regelsysteme .....	371
12.5.	Stabilität .....	371
12.6.	Das Bayessche Kriterium .....	374
12.7.	Optimale Steuerung .....	375
12.7.1.	Optimale Steuerung ohne Beschränkung der Steuergröße .....	376
12.7.2.	Optimale Steuerung mit Beschränkung der Steuergröße .....	380
12.8.	Optimierung bei unvollständiger a-priori-Information .....	381
	Übungen .....	381
<b>13.</b>	<b>Spieltheorie</b> .....	<b>382</b>
13.1.	Klassifikation von Spielen .....	383
13.2.	Zweipersonen-Nullsummenspiele .....	384
13.2.1.	Rechteckige Spiele mit Sattelpunkt .....	385
13.2.2.	Rechteckige Spiele ohne Sattelpunkt .....	390
13.2.3.	Dominanz .....	392
13.3.	Lösungsmethoden für rechteckige Spiele .....	393
13.3.1.	Graphische Lösung .....	393
13.3.2.	Matrizenmethode von SHAPLEY-SNOW .....	396
13.3.3.	Die Methode des fiktiven Durchspielens von BROWN-ROBINSON .....	398
13.4.	Zusammenhang zwischen rechteckigen Spielen und linearer Optimierung .....	401
13.4.1.	Zurückführung auf eine lineare Optimierungsaufgabe .....	401
13.4.2.	Zurückführung einer linearen Optimierungsaufgabe auf ein rechteckiges Spiel .....	403
13.4.3.	Zahlenbeispiel .....	405
13.5.	Normalisierung von Spielen .....	406
13.5.1.	Definition eines endlichen Spieles .....	406
13.5.2.	Ein Beispiel zur Normalisierung .....	407

---

13.6.	Mehrpersonenspiele .....	410
13.6.1.	Charakteristische Funktion und Koalitionen .....	411
13.6.2.	Lösung von $n$ -Personen-Nullsummenspielen .....	414
	Übungen .....	418
	<b>Lösung der Übungen</b> .....	<b>420</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>473</b>
	<b>Inhalt des ersten Bandes</b> .....	<b>478</b>
	<b>Inhalt des dritten Bandes</b> .....	<b>481</b>
	<b>Namen- und Sachverzeichnis</b> .....	<b>485</b>