

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Numerische Lösung symmetrisch-definiter Gleichungssysteme	11
1.1 Grundlagen	11
1.2 Lösung eines linearen Gleichungssystems mit Hilfe von Dreiecksmatrizen, Eliminationsverfahren	17
1.3 Relaxationsrechnung	18
1.3.1 Lösung eines symmetrisch-definiten Gleichungssystems als Minimumproblem	18
1.3.2 Grundprinzip der Relaxation	20
1.3.3 Einzelschrittverfahren (Gauß - Seidel)	22
1.3.4 Ganzschrittverfahren	24
1.3.5 Konvergenz eines Iterationsverfahrens	25
1.3.6 Methode der Überrelaxation	27
1.3.7 Der optimale Überrelaxationsfaktor	28
1.3.8 Iterative Bestimmung des optimalen Überrelaxationsfaktors	32
1.3.9 Gradientenmethoden	33
1.3.9.1 Methode des stärksten Abstiegs	34
1.3.9.2 Methode der konjugierten Gradienten	35
1.3.10 Kriterien zur Beendigung eines Iterationsverfahrens	37
1.4 Lineare Gleichungssysteme mit nichtkonstanten Koeffizienten	38
2. Numerische Lösung partieller Differentialgleichungen	42
2. Ordnung	
2.1 Einteilung und Randbedingungen	42
2.2 Diskretisierung	46
2.3 Lösungsverfahren	48
2.3.1 Differenzenverfahren	49
2.3.2 Differentialgleichung vom parabolischen Typ	51
2.3.3 Differentialgleichung vom elliptischen Typ	59
2.4 Berechnung magnetischer Felder in einer Ebene	63
2.4.1 Aufgabenstellung, Differentialgleichung	63
2.4.2 Differenzenverfahren	66

- 2.4.2.1 Zeitlich konstante Felder
  - 2.4.2.1.1 Kartesische Koordinaten
  - 2.4.2.1.2 Polarkoordinaten
  - 2.4.2.1.3 Zylinderkoordinaten
  - 2.4.2.1.4 Rand-, Symmetrie-, Periodizitäts- und Übergangsbedingungen
  - 2.4.2.1.5 Lösung des Gleichungssystems
- 2.4.2.2 Zeitlich veränderliche Felder, Wirbelstromprobleme
- 2.4.3 Methode der finiten Elemente
  - 2.4.3.1 Zeitlich konstante Felder
  - 2.4.3.2 Zeitlich veränderliche Felder
- 3. Optimierungsverfahren
  - 3.1 Lineare Probleme
  - 3.2 Nichtlineare Probleme
    - 3.2.1 Nichtlineare Probleme ohne Restriktionen
      - 3.2.1.1 Rasterverfahren
      - 3.2.1.2 Suchen in Koordinatenrichtungen
      - 3.2.1.3 Bestimmung der Schrittweite  $\alpha$ , Minimizing Step
      - 3.2.1.4 Approximationsverfahren
        - 3.2.1.4.1 Verfahren der konjugierten Richtungen
        - 3.2.1.4.2 Gradientenverfahren
        - 3.2.1.4.3 Newton-Verfahren
    - 3.2.2 Nichtlineare Probleme mit Restriktionen
    - 3.2.3 Abbruchkriterien, Skalierung
- 4. Numerische Lösung eines Differentialgleichungssystems
  - 1. Ordnung
    - 4.1 Differentialgleichung 1. Ordnung
      - 4.1.1 Einfache Lösungsverfahren und Genauigkeit
      - 4.1.2 Trapezregel
      - 4.1.3 Runge-Kutta-Verfahren
    - 4.2 Differentialgleichungssystem 1. Ordnung

	Seite
5. Mathematische Ergänzungen	134
5.1 Normalformen der partiellen Differentialgleichungen	134
2. Ordnung	
5.2 Variationsrechnung	138
5.2.1 Die Euler'sche Differentialgleichung	138
5.2.2 Randbedingungen	144
5.2.3 Direkte Lösungsmethoden der Variationsaufgabe	145
5.2.3.1 Verfahren von Ritz (Reihenansatz)	146
5.2.3.2 Verfahren von Galerkin	147
5.3 Hamiltonprinzip	148
5.4 Die Lagrange-Energie des magnetischen Feldes	149
6. Beispiele	152
1 Dreieckszerlegung einer unsymmetrischen Matrix	153
2 Cholesky-Zerlegung	154
3 Lösung eines Gleichungssystems mit tridiagonaler Koeffizientenmatrix nach der Methode von Cholesky	155
4 Lösung eines Gleichungssystems mit dem Ganzschritt- und Einzelschrittverfahren	157
5 Konvergenzziffer mit und ohne Überrelaxation	162
6 Lösen eines Gleichungssystems mit 2 Unbekannten mit dem Gradientenverfahren und nach der Methode der konjugierten Gradienten	164
7 Lösen eines Gleichungssystems mit nichtkonstanten Koeffizienten durch Unterrelaxierung bzw. mit Hilfe des Newton'schen Näherungsverfahrens	168
8 Numerische Lösung der Wärmeleitungsgleichung nach der expliziten und impliziten Methode	172
9 Feldverlauf am Eisen-Luft-Übergang	175
10 Optimierung mit Minimizing Step. Suchen in Koordinaten- und in konjugierten Richtungen	176
11 Optimierung eines M-Schnitt-Magneten	181
12 Transformator als Impulsübertrager	186
13 Einschalten eines Bremsmagneten	193
14 Ausgleichsvorgänge in elektrischen Netzen	197
15 Nachbildung der Magnetisierungskennlinie	202

	Seite
Literaturverzeichnis	205
Sachverzeichnis	207