

# Inhaltsverzeichnis

<i>Vorwort</i> .....	7
1. <i>Erster Zugang zur Topologie</i> .....	9
1.1 Vergleich geometrischer Körper .....	9
1.2 Topologie als Invariantentheorie .....	16
1.2.1 Topologische Transformationen .....	16
1.2.2 Klein's Erlanger Programm .....	19
1.2.3 Koordinatentransformationen der Ebene .....	20
1.3 Beispiele für stetige und topologische Abbildungen .....	22
1.4 Methoden und Aufgaben der Topologie .....	29
<i>Aufgaben</i> .....	34
1.5 Didaktische Bemerkungen .....	34
2. <i>Stetige und topologische Abbildungen</i> .....	40
2.1 Bilder und Graphen von Abbildungen .....	40
2.2 Formalisierung der Stetigkeit .....	42
2.2.1 Topologische Abbildungen .....	42
2.2.2 Stetige Abbildungen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .....	43
2.2.3 Der allgemeine Fall .....	45
2.3 Topologische Klassifikation .....	46
<i>Aufgaben</i> .....	48
2.4 Didaktische Bemerkungen .....	48
3. <i>Topologie des <math>\mathbb{R}^3</math></i> .....	52
3.1 Offene und abgeschlossene Mengen .....	52
3.2 Invarianzeigenschaften stetiger Abbildungen .....	59
3.3 Folgen .....	61
3.4 Vollständigkeit von $\mathbb{R}$ .....	64
3.5 Vollständigkeit von $\mathbb{R}^3$ .....	71
3.6 Kompaktheit .....	73
3.7 Stetigkeit und Kompaktheit .....	80
3.8 Zusammenhang .....	84
3.9 Allgemeine metrische und topologische Räume .....	89
3.9.1 Ausdehnung auf den $\mathbb{R}^n$ .....	89
3.9.2 Ausdehnung auf metrische Räume .....	90
3.9.3 Beispiele metrischer Räume .....	92
3.9.4 Allgemeine topologische Räume .....	94
<i>Aufgaben</i> .....	96
3.10 Didaktische Bemerkungen .....	97
4. <i>Kurven und Wege</i> .....	102
4.1 Grundlegende Begriffe .....	102
4.2 Wegweise und einfach zusammenhängende Räume .....	105
4.3 Pathologische Beispiele für Abbildungen $f: I \rightarrow \mathbb{R}^2$ .....	111

4.3.1	Das Problem .....	111
4.3.2	Eine bijektive Abbildung $f: I \rightarrow I \times I$ (Cantor-Abbildung).....	112
4.3.3	Eine stetige surjektive Abbildung $f: I \rightarrow I \times I$ .....	114
4.3.4	Jordan-Kurven .....	119
	<i>Aufgaben</i> .....	122
4.4	Didaktische Bemerkungen .....	123
5.	<i>Graphen</i> .....	128
5.1	Einführende Beispiele .....	128
5.2	Grundlegende Begriffe der Graphentheorie .....	130
5.3	Topologische Graphen .....	133
5.4	Kantenzüge und Zusammenhang .....	138
5.5	Bäume und Gerüste .....	141
5.6	Eulersche Graphen .....	146
	<i>Aufgaben</i> .....	149
6.	<i>Graphen auf Flächen</i> .....	150
6.1	Der Jordansche Kurvensatz für Polygone.....	150
6.2	Ebene Graphen und Landkarten.....	154
6.3	Landkarten und Polyeder der Kugel .....	158
6.4	Landkarten auf Kugeln mit Henkeln .....	163
6.5	Einbettung von Graphen in Flächen .....	167
	<i>Aufgaben</i> .....	172
6.6	Didaktische Bemerkungen .....	173
7.	<i>Färbungsprobleme auf Flächen</i> .....	179
7.1	Die Problematik .....	179
7.2	Färbungsprobleme für ebene Landkarten .....	181
7.3	Färbungsprobleme auf Kugeln mit Henkeln.....	189
	<i>Aufgaben</i> .....	193
7.4	Didaktische Bemerkungen .....	193
8.	<i>Homotopie</i> .....	198
8.1	Die Bedeutung der Algebra für die Topologie.....	198
8.2	Homotopie von Wegen .....	199
8.3	Die Fundamentalgruppe.....	205
8.4	Die Fundamentalgruppe einfach zusammenhängender Räume ....	208
8.5	Die Fundamentalgruppe des Einheitskreises.....	210
8.6	Der Brouwersche Fixpunktsatz und der Fundamentalsatz der Algebra .....	219
8.7	Die Fundamentalgruppe des Torus .....	223
8.8	Die Fundamentalgruppe topologischer Graphen .....	226
8.9	Knotengruppen .....	229
	<i>Aufgaben</i> .....	233
8.10	Didaktische Bemerkungen .....	234
	<i>Lösungen und Lösungshinweise</i> .....	237
	<i>Literaturverzeichnis</i> .....	251
	<i>Hinweise zum Literaturverzeichnis</i> .....	257
	<i>Register</i> .....	258
	<i>Symbolverzeichnis</i> .....	261