

Inhaltsverzeichnis

Vorwort 5

0. Mathematische Hilfsmittel

- 0.1. Geometrische Reihen 6
- 0.2. Logarithmus und Exponentialfunktion 7
- 0.3. Reihenabschätzungen 9
- 0.4. Die Stirlingsche Formel (nach H. E. Robbins) 15

1. Markow-Ketten

- 1.1. Abzählbar unendliche W-Räume 18
- 1.2. Zustände und Übergänge 18
- 1.3. Die Methode der Pfadregeln 20
- 1.4. Die Mittelwertsregeln 22

2. Klassische Irrfahrtprobleme

- 2.1. Die symmetrische Irrfahrt auf einer Geraden 40
- 2.2. Asymmetrische Irrfahrt auf der Geraden 43
- 2.3. Rückkehr zum Ursprung bei der symmetrischen Irrfahrt 45
- 2.4. Rückkehr zum Ursprung bei der asymmetrischen Irrfahrt 50
- 2.5. Die erste Rückkehr zum Ursprung. Das Spiegelungsprinzip 52
- 2.6. Irrfahrten und Brownsche Bewegung 56

3. Reduktion von Graphen

- 3.1. Vereinfachung eines Übergangsgraphen 58
- 3.2. Die Formel von Mason 61

4. Erzeugende Funktionen und ihre Anwendungen

- 4.1. Die erzeugende Funktion einer Zahlenfolge 66
- 4.2. Die Markierungsmethode van Dantzig's 67
- 4.3. Die geometrische Verteilung 68
- 4.4. Die Pascal-Verteilung 71
- 4.5. Die Binomialverteilung 73
- 4.6. Wartezeiten beim Bernoulli-Prozeß 74
- 4.7. Die erzeugende Funktion einer Summe unabhängiger Zufallsvariablen 85
- 4.8. Erste Rückkehr zum Ursprung bei der asymmetrischen Irrfahrt 86
- 4.9. Rekorde in einem Zufallsprozeß 88
- 4.10. Die Zyklenzahl einer Zufallspermutation 89

5. Zufallszahlen

- 5.1. Der Zufallsgenerator 92
- 5.2. Vergleich zweier Verteilungen 93
- 5.3. Das Buffonsche Nadelproblem (1777) 97
- 5.4. Punkte im Halbkreisbogen 100
- 5.5. Das Problem der Begegnung 100

6.	Verzweigungsprozesse	
6.1.	Definition und Beispiel	105
6.2.	Aussterbewahrscheinlichkeit	109
6.3.	Eine Anwendung. Das Aussterben von Familiennamen	112
6.4.	Weitere Untersuchung mit erzeugenden Funktionen	113
6.5.	Anhang. Der kritische Fall	117
7.	Populationsgenetik	
7.1.	Der biologische Hintergrund des Vererbungsmechanismus	119
7.2.	Mendelsche Vererbung	121
7.3.	Das Hardy-Weinberg-Gesetz (1908)	124
7.4.	Selektion	130
7.5.	Inzucht	133
8.	Der Poisson-Prozeß	
8.1.	Definition des Poisson-Prozesses	150
8.2.	Herleitung der Poisson-Verteilung über die erzeugende Funktion	152
8.3.	Anschauliche Deutungen des Poisson-Prozesses	154
8.4.	Die Exponentialverteilung	155
8.5.	Weitere Eigenschaften der Exponential- und Poisson-Verteilung	157
8.6.	Konkurrierende Risikos	162
9.	Geburts- und Todesprozesse	
9.1.	Definition. Stationäre Verteilung	166
9.2.	Warteschlangen	168
10.	Asymptotisches Verhalten endlicher Markow-Ketten	
10.1.	Markow-Ketten mit zwei Zuständen	176
10.2.	Markow-Ketten mit N Zuständen	179
10.3.	Das Ehrenfest-Modell	187
10.4.	Beweis zweier Hauptsätze über Markow-Ketten	191
11.	Zentraler Grenzwertsatz	
11.1.	Formulierung des Satzes	196
11.2.	Zentraler Grenzwertsatz für den symmetrischen Münzenwurf	196
11.3.	Zentraler Grenzwertsatz für die Poisson-Verteilung	197
11.4.	Zentraler Grenzwertsatz für die Binomialverteilung	199
12.	Optimales Stoppen	200
13.	Wahrscheinlichkeit und Zahlentheorie	207
14.	Eine neue Methode für Markow-Ketten	212
15.	Lösungen der Aufgaben	217
	Literaturverzeichnis	245
	Register	246