

Inhaltsverzeichnis

1	Einige spannende Probleme – ein Schnupperkurs	1
1.1	Verblüffende Summendarstellungen	1
1.2	Das Geheimnis der vertauschten Ziffern	9
1.3	Einige weitere Problemstellungen	17
2	Natürliche Zahlen und Stellenwertsysteme	19
2.1	Was sind Zahlen?	20
2.2	Ein kurzer Blick zurück	23
2.3	Das Sexagesimalsystem der Babylonier	24
2.4	Die römische Zahlschrift	27
2.5	Unsere heutige Zahlschrift	29
2.6	Ist bei Stellenwertsystemen die Basis 10 notwendig?	32
2.7	Zählen/Größenvergleich	34
2.8	Übersetzungen	36
2.9	Aufgaben	40
3	Schriftliche Rechenverfahren im Dezimalsystem und anderen Basen	43
3.1	Schriftliche Addition	44
3.2	Schriftliche Subtraktion	47
3.3	Schriftliche Multiplikation	50
3.4	Schriftliche Division	56
3.5	Alternativen zu den schriftlichen Rechenverfahren	62
3.6	Aufgaben	68
4	Teilbarkeits- und Vielfachenrelation	71
4.1	Einführung	72
4.2	Summen- und Produktregel	76
4.3	Pfeildiagramme und Transitivität	82
4.4	Folgerungen, Umkehrung von Sätzen und aussagenlogische Verknüpfungen I	85
4.5	Aufgaben	92

5	Teilbarkeitsregeln	95
5.1	Endstellenregeln	95
5.2	Quersummenregeln	99
5.3	Weitere Teilbarkeitsregeln	102
5.4	Teilbarkeitsregeln und Stellenwertsysteme	107
5.5	Beweisen von Sätzen und aussagenlogische Verknüpfungen II	109
5.6	Aufgaben	117
6	Teiler- und Vielfachenmengen/Mengenoperationen	121
6.1	Teiler und Vielfache	121
6.2	Gemeinsame Teiler und Vielfache	124
6.3	Mengenoperationen mit Teiler- und Vielfachenmengen/Venn-Diagramme	127
6.4	Einige Gesetze der Mengenalgebra	138
6.5	Der Euklidische Algorithmus	140
6.6	Aufgaben	148
7	Relationen und Funktionen	153
7.1	Relationen in einer Menge	154
7.2	Eigenschaften von Relationen in einer Menge	159
7.3	Relationen von der Menge A nach der Menge B	164
7.4	Funktionen	165
7.5	Einige Eigenschaften von Funktionen	169
7.6	Aufgaben	176
8	Die natürlichen Zahlen als Kardinalzahlen	179
8.1	Verschiedene Aspekte der natürlichen Zahlen	181
8.2	Kardinalzahlen – anschauliche Vorüberlegungen	184
8.3	Kardinalzahlen – Skizze einer mathematischen Fundierung	189
8.4	Addition	195
8.5	Subtraktion	200
8.6	Multiplikation	204
8.7	Division	215
8.8	Kleinerrelation	224
8.9	Aufgaben	228
9	Die natürlichen Zahlen als Ordinalzahlen – eine knappe Skizze	233
9.1	Die Peano-Axiome	233
9.2	Rechenoperationen und Kleinerrelation	237
9.3	Aufgaben	239
10	Systematisches Zählen – Grundaufgaben der Kombinatorik	241
10.1	Rückschau/Produktregel der Kombinatorik	243
10.2	Permutationen mit Wiederholung	247

10.3	Permutationen ohne Wiederholung	249
10.4	Kombinationen ohne Wiederholung	252
10.5	Kombinationen mit Wiederholung	254
10.6	Überblick und didaktische Reflexion: Grundaufgaben der Kombinatorik	259
10.7	Aufgaben	264
11	Ausblick	265
11.1	Bruchzahlen	266
11.2	Ganze Zahlen und rationale Zahlen	273
11.3	Vertiefung Arithmetik/Zahlentheorie	276
11.4	Aufgaben	280
	Lösungshinweise (ausgewählte)	283
	Liste der wichtigsten Symbole und Bezeichnungen	293
	Literatur	295
	Sachverzeichnis	297