

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einige spannende Probleme – ein Schnupperkurs</b>	<b>1</b>
1.1	Verblüffende Summendarstellungen	1
1.2	Das Geheimnis der vertauschten Ziffern	9
1.3	Einige weitere Problemstellungen	17
<b>2</b>	<b>Natürliche Zahlen und Stellenwertsysteme</b>	<b>19</b>
2.1	Was sind Zahlen?	20
2.2	Ein kurzer Blick zurück	23
2.3	Das Sexagesimalsystem der Babylonier	24
2.4	Die römische Zahlschrift	27
2.5	Unsere heutige Zahlschrift	29
2.6	Ist bei Stellenwertsystemen die Basis 10 notwendig?	32
2.7	Zählen/Größenvergleich	34
2.8	Übersetzungen	36
2.9	Aufgaben	40
<b>3</b>	<b>Schriftliche Rechenverfahren im Dezimalsystem und anderen Basen</b>	<b>43</b>
3.1	Schriftliche Addition	44
3.2	Schriftliche Subtraktion	47
3.3	Schriftliche Multiplikation	50
3.4	Schriftliche Division	56
3.5	Alternativen zu den schriftlichen Rechenverfahren	62
3.6	Aufgaben	68
<b>4</b>	<b>Teilbarkeits- und Vielfachenrelation</b>	<b>71</b>
4.1	Einführung	72
4.2	Summen- und Produktregel	76
4.3	Pfeildiagramme und Transitivität	82
4.4	Folgerungen, Umkehrung von Sätzen und aussagenlogische Verknüpfungen I	85
4.5	Aufgaben	92

<b>5</b>	<b>Teilbarkeitsregeln</b> . . . . .	95
5.1	Endstellenregeln . . . . .	95
5.2	Quersummenregeln . . . . .	99
5.3	Weitere Teilbarkeitsregeln . . . . .	102
5.4	Teilbarkeitsregeln und Stellenwertsysteme . . . . .	107
5.5	Beweisen von Sätzen und aussagenlogische Verknüpfungen II . . . . .	109
5.6	Aufgaben . . . . .	117
<b>6</b>	<b>Teiler- und Vielfachenmengen/Mengenoperationen</b> . . . . .	121
6.1	Teiler und Vielfache . . . . .	121
6.2	Gemeinsame Teiler und Vielfache . . . . .	124
6.3	Mengenoperationen mit Teiler- und Vielfachenmengen/Venn-Diagramme . . . . .	127
6.4	Einige Gesetze der Mengenalgebra . . . . .	138
6.5	Der Euklidische Algorithmus . . . . .	140
6.6	Aufgaben . . . . .	148
<b>7</b>	<b>Relationen und Funktionen</b> . . . . .	153
7.1	Relationen in einer Menge . . . . .	154
7.2	Eigenschaften von Relationen in einer Menge . . . . .	159
7.3	Relationen von der Menge A nach der Menge B . . . . .	164
7.4	Funktionen . . . . .	165
7.5	Einige Eigenschaften von Funktionen . . . . .	169
7.6	Aufgaben . . . . .	176
<b>8</b>	<b>Die natürlichen Zahlen als Kardinalzahlen</b> . . . . .	179
8.1	Verschiedene Aspekte der natürlichen Zahlen . . . . .	181
8.2	Kardinalzahlen – anschauliche Vorüberlegungen . . . . .	184
8.3	Kardinalzahlen – Skizze einer mathematischen Fundierung . . . . .	189
8.4	Addition . . . . .	195
8.5	Subtraktion . . . . .	200
8.6	Multiplikation . . . . .	204
8.7	Division . . . . .	215
8.8	Kleinerrelation . . . . .	224
8.9	Aufgaben . . . . .	228
<b>9</b>	<b>Die natürlichen Zahlen als Ordinalzahlen – eine knappe Skizze</b> . . . . .	233
9.1	Die Peano-Axiome . . . . .	233
9.2	Rechenoperationen und Kleinerrelation . . . . .	237
9.3	Aufgaben . . . . .	239
<b>10</b>	<b>Systematisches Zählen – Grundaufgaben der Kombinatorik</b> . . . . .	241
10.1	Rückschau/Produktregel der Kombinatorik . . . . .	243
10.2	Permutationen mit Wiederholung . . . . .	247

---

10.3	Permutationen ohne Wiederholung . . . . .	249
10.4	Kombinationen ohne Wiederholung . . . . .	252
10.5	Kombinationen mit Wiederholung . . . . .	254
10.6	Überblick und didaktische Reflexion: Grundaufgaben der Kombinatorik	259
10.7	Aufgaben . . . . .	264
<b>11</b>	<b>Ausblick . . . . .</b>	<b>265</b>
11.1	Bruchzahlen . . . . .	266
11.2	Ganze Zahlen und rationale Zahlen . . . . .	273
11.3	Vertiefung Arithmetik/Zahlentheorie . . . . .	276
11.4	Aufgaben . . . . .	280
	<b>Lösungshinweise (ausgewählte) . . . . .</b>	<b>283</b>
	<b>Liste der wichtigsten Symbole und Bezeichnungen . . . . .</b>	<b>293</b>
	<b>Literatur . . . . .</b>	<b>295</b>
	<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>297</b>