

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Konkrete Kunst	7
1.1 Der Beginn des 20. Jahrhunderts	8
1.2 Der Weg zur Konkreten Kunst	9
1.2.1 Kubismus in Frankreich	9
1.2.2 Futurismus in Italien	11
1.2.3 Suprematismus in Russland	12
1.2.4 De Stijl in Holland	13
1.2.5 Das deutsche Bauhaus	17
1.2.6 Kunst im Dritten Reich	19
1.3 Grundsätze der Konkreten Kunst	20
1.3.1 Konkrete Kunst als Begriff	20
1.3.2 Das Manifest der Konkreten Kunst	22
1.3.3 Die Umsetzung des Manifests nach 1945	25
1.4 Verbindungen von Konkreter Kunst und Mathematik	27
1.4.1 François MORELLET	27
1.4.2 Manfred MOHR	29
1.4.3 Karl GERSTNER	30
1.4.4 Suzanne DAETWYLER	32
1.4.5 Zusammenfassung	37
2 System, Modell und Modellierung	41
2.1 Kunstwerk, Bauplan, dynamisches System	41
2.1.1 Der Bauplan eines Kunstwerks	41
2.1.2 Exkurs: Computerkunst	42
2.1.3 Kunstwerk als dynamisches System	44
2.1.4 Dynamische Systeme im Allgemeinen	45
2.1.5 Zusammenfassung: Ästhet. Idee als Systembeschreibung	47
2.2 Modelle	47
2.2.1 Klassifikationen von Modellen	48
2.2.2 Modelle außerhalb der Mathematik	50
2.2.3 Modelle innerhalb der Mathematik	51
2.2.4 Zusammenfassung: Charakteristika	53

2.3	Prozess der Modellierung	54
2.3.1	Modellieren zum Lernen von Mathematik	55
2.3.2	Innermathematische Modellierung	62
2.3.3	Modellierung außerhalb des Lernens von Mathematik	64
2.3.4	Zusammenfassung: Charakteristika	67
2.4	Verhältnis von ästhetischer Idee, Original und Modell	68
3	Animation und Simulation	71
3.1	Animation	71
3.1.1	Bildsequenzen in der Mathematik und ihrer Didaktik	71
3.1.2	Computeranimationen	72
3.2	Simulation	73
3.2.1	Simulieren und Simulationsarten	73
3.2.2	Dynamik und Statik in Simulationen	75
3.2.3	Analysemethode und weitere Funktionen	78
3.3	Verhältnis von Animation und Simulation: Visualisierung	79
3.4	Computersimulationen beim Lernen von Mathematik	80
3.4.1	Natur und Technik analysieren	80
3.4.2	Begriffsspektrum	83
3.5	Konzept der Interaktionsgrade	84
3.5.1	Definition des Interaktionsgrades	85
3.5.2	Interaktionsgrad und Interaktionsmöglichkeiten	86
3.5.3	Beschränkungen durch den Realbezug	87
3.5.4	Beispiel: Interaktionsmöglichkeiten bei »π piquant«	88
3.5.5	Exkurs: Rückbezug zur Kunst	94
3.6	Zusammenfassung: Simulation von Kunstwerken	96
4	Problemlösen	101
4.1	Aufgaben als Probleme und Problemarten	101
4.2	Beschreibungen des Problemlöseprozesses	106
4.2.1	Problemlösen als linearer Prozess	106
4.2.2	Problemlösen als Wechsel von Hypothese und Experiment	109
4.3	Problemlöseprozesse in Kleingruppen	113
4.3.1	Analyse von Kunstwerken als Gruppenaufgabe	116
4.4	Problemlösen, Argumentieren und Sprache	117
4.4.1	Argumentationsmodelle	118
4.4.2	Argumentieren als innerer Dialog	120
4.5	Ausblick: Problemlösen und Variation	121
5	Kunst als Thema des Mathematikunterrichts	125
5.1	Bildung, Kultur und Unterricht	125

5.2	Standortbestimmung	126
5.2.1	Bezüge zur Baukunst	126
5.2.2	Bezüge zur traditionellen Malerei und Grafik	127
5.2.3	De Stijl, Minimal-Art und Konkrete Kunst	129
5.3	Zwei-Phasen-Schema: Analyse und Simulation	133
5.3.1	Vorüberlegung: Deskriptiv-mathematische Analyse	134
5.3.2	Phase I: Analyse Konkreter Kunst	135
5.3.3	Phase II: Variation und Simulation des Modells	140
5.4	Konkrete Kunst: Beispielaufgaben	145
5.4.1	Suzanne DAETWYLER: »Primzahlenbild 1–9216«	145
5.4.2	Edgar GUTBUB: »Drei gleichgroß ZA 2«	149
5.4.3	Hartmut BÖHM: »Relief 6 Punkte ...«	153
5.4.4	Kenneth MARTIN: »Chance and Order 21«	156
6	Empirische Studie	159
6.1	Forschungsfragen	159
6.2	Untersuchungsdesign und Erhebungsmethoden	160
6.2.1	Teilstudie ›Schülerinnen und Schüler‹	161
6.2.2	Teilstudie ›Lehrkräfte‹	163
6.2.3	Aufgaben	164
6.3	Aufbereitungsverfahren	177
6.3.1	Frage I: Klassifikation der Analyseergebnisse	178
6.3.2	Frage II a: Arbeitsprozesse	182
6.3.3	Verschriftlichung	184
6.3.4	Frage II b: Rückkopplungsschleifen	187
6.4	Auswertungsverfahren und Auswertung	191
6.4.1	Frage I: Ergebnisse und Modelle	191
6.4.2	Frage II a: Analysephase	196
6.4.3	Frage II a,b: Mikrostruktur	204
6.4.4	Frage II b: Rückkopplungsschleifen	209
6.4.5	Frage III a: Variation auf Papier	216
6.4.6	Frage III b: Computersimulation	217
6.4.7	Frage IV: Einschätzung und Akzeptanz	222
6.5	Zusammenfassung der Ergebnisse und Folgerungen	223
6.5.1	Frage I: Modelle	223
6.5.2	Frage II: Zwei-Phasen-Modell	224
6.5.3	Frage III: Variation und Simulation	226
6.5.4	Teilstudie ›Lehrkräfte‹	227
7	Zusammenfassung und Ausblick	229

Epilog: Drei Praxisbeispiele	233
A Aufgabenblätter	241
B Onlinefragebogen	248
C Modellierungsstufen	249
D Hypothesendiagramme	250
E Simulationsergebnisse	255
Abbildungs- und Bildquellenverzeichnis	267
Literaturverzeichnis	271