

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>Teil 1 Diskrete Mathematik und lineare Algebra</b> .....	<b>1</b>
1 Mengen und Abbildungen .....	3
1.1 Mengenlehre .....	3
1.2 Relationen .....	12
1.3 Abbildungen .....	18
1.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	27
2 Logik .....	29
2.1 Aussagen und Aussagevariablen .....	30
2.2 Beweisprinzipien .....	42
2.3 Die Prädikatenlogik .....	46
2.4 Logik und Testen von Programmen .....	50
2.5 Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	53
3 Natürliche Zahlen, vollständige Induktion, Rekursion .....	55
3.1 Die Axiome der natürlichen Zahlen .....	55
3.2 Die vollständige Induktion .....	57
3.3 Rekursive Funktionen .....	62
3.4 Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	71
4 Etwas Zahlentheorie .....	73
4.1 Kombinatorik .....	73
4.2 Teilbarkeit und Euklid'scher Algorithmus .....	80
4.3 Restklassen .....	85
4.4 Hashing .....	89
4.5 Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	92
5 Algebraische Strukturen .....	95
5.1 Gruppen .....	97
5.2 Ringe .....	102

5.3	Körper .....	105
5.4	Polynomdivision .....	114
5.5	Homomorphismen .....	126
5.6	Kryptographie .....	129
5.7	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	139
6	Vektorräume .....	143
6.1	Die Vektorräume $\mathbb{R}^2$ , $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}^n$ .....	144
6.2	Vektorräume .....	147
6.3	Lineare Abbildungen .....	151
6.4	Lineare Unabhängigkeit .....	155
6.5	Basis und Dimension von Vektorräumen .....	158
6.6	Koordinaten und lineare Abbildungen .....	163
6.7	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	170
7	Matrizen .....	171
7.1	Matrizen und lineare Abbildungen im $\mathbb{R}^2$ .....	171
7.2	Matrizen und lineare Abbildungen von $K^n \rightarrow K^m$ .....	178
7.3	Der Rang einer Matrix .....	186
7.4	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	190
8	Gauß'scher Algorithmus und lineare Gleichungssysteme .....	193
8.1	Der Gauß'sche Algorithmus .....	193
8.2	Berechnung der Inversen einer Matrix .....	199
8.3	Lineare Gleichungssysteme .....	200
8.4	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	208
9	Eigenwerte, Eigenvektoren und Basistransformationen .....	211
9.1	Determinanten .....	211
9.2	Eigenwerte und Eigenvektoren .....	220
9.3	Basistransformationen .....	228
9.4	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	237
10	Skalarprodukt und orthogonale Abbildungen .....	239
10.1	Skalarprodukt .....	239
10.2	Orthogonale Abbildungen .....	246
10.3	Homogene Koordinaten .....	252
10.4	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	260
11	Graphentheorie .....	263
11.1	Grundbegriffe der Graphentheorie .....	264
11.2	Bäume .....	271

11.3	Durchlaufen von Graphen .....	282
11.4	Gerichtete Graphen .....	286
11.5	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	293
<b>Teil 2 Analysis .....</b>		<b>295</b>
12	Die reellen Zahlen .....	297
12.1	Die Axiome der reellen Zahlen .....	297
12.2	Topologie .....	304
12.3	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	310
13	Folgen und Reihen .....	313
13.1	Zahlenfolgen .....	314
13.2	Reihen .....	326
13.3	Darstellung reeller Zahlen in Zahlensystemen .....	333
13.4	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	338
14	Stetige Funktionen .....	341
14.1	Stetigkeit .....	342
14.2	Elementare Funktionen .....	350
14.3	Eigenschaften stetiger Funktionen .....	359
14.4	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	370
15	Differenzialrechnung .....	373
15.1	Differenzierbare Funktionen .....	373
15.2	Potenzreihen .....	392
15.3	Taylorreihen .....	396
15.4	Differenzialrechnung von Funktionen mehrerer Veränderlicher .....	404
15.5	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	410
16	Integralrechnung .....	413
16.1	Das Integral stückweise stetiger Funktionen .....	414
16.2	Integralanwendungen .....	426
16.3	Fourierreihen .....	432
16.4	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	442
17	Differenzialgleichungen .....	445
17.1	Was sind Differenzialgleichungen? .....	445
17.2	Differenzialgleichungen erster Ordnung .....	450
17.3	Lineare Differenzialgleichungen $n$ -ter Ordnung .....	455
17.4	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	462

---

18	Numerische Verfahren .....	465
18.1	Probleme numerischer Berechnungen .....	465
18.2	Nichtlineare Gleichungen .....	470
18.3	Splines .....	476
18.4	Numerische Integration .....	482
18.5	Numerische Lösung von Differenzialgleichungen .....	485
18.6	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	489
<b>Teil 3 Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik .....</b>		<b>491</b>
19	Wahrscheinlichkeitsräume .....	493
19.1	Fragestellungen der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	494
19.2	Der Wahrscheinlichkeitsbegriff .....	500
19.3	Bedingte Wahrscheinlichkeit und unabhängige Ereignisse .....	507
19.4	Bernoulliexperimente und Urnenexperimente .....	514
19.5	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	519
20	Zufallsvariable .....	521
20.1	Zufallsvariable und Verteilungsfunktionen .....	521
20.2	Erwartungswert und Varianz von Zufallsvariablen .....	532
20.3	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	543
21	Wichtige Verteilungen .....	545
21.1	Diskrete Verteilungen .....	546
21.2	Die Poisson-Verteilung und der Poisson-Prozess .....	554
21.3	Stetige Verteilungen, die Normalverteilung .....	560
21.4	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	576
22	Statistische Verfahren .....	579
22.1	Parameterschätzung .....	580
22.2	Konfidenzintervalle .....	587
22.3	Hypothesentest .....	593
22.4	Verständnisfragen und Übungsaufgaben .....	605
23	Anhang .....	607
Literaturverzeichnis .....		609
Sachwortverzeichnis .....		611