

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Klimasystem und Klimamodelle</b>	<b>1</b>
1.1	Wetter und Klima	1
1.2	Klimamodelle	4
1.3	Klimasimulationen	5
1.4	Komponenten des Klimasystems	6
1.5	Antreibende Kräfte des Klimas und Ursachen für Klimaänderungen	10
1.6	Eine Klassifizierung von Klimamodellen	14
<b>2</b>	<b>Ein nulldimensionales Energiebilanzmodell</b>	<b>17</b>
2.1	Die Strahlungsbilanz eines Körpers im All	17
2.2	Die instationäre Form der Strahlungsbilanz	19
2.3	Grundgrößen und Einheiten nach dem SI-System	20
2.4	Formulierung als Differentialgleichung	21
<b>3</b>	<b>Anfangswertprobleme und analytische Lösungsverfahren</b>	<b>23</b>
3.1	Anfangswertprobleme	23
3.2	Die Methode der Trennung der Variablen	25
3.3	Partialbruchzerlegung	28
3.4	Existenz- und Eindeutigkeitsaussagen	30
3.5	Fortsetzbarkeit und globale Existenz von Lösungen	40
<b>4</b>	<b>Umformulierung und Vereinfachung von Modellen</b>	<b>43</b>
4.1	Übergang zu dimensionslosen Größen und Skalierung	43
4.2	Trennung in Referenzwert und Abweichung/Störung	47
4.3	Linearisierung	48
<b>5</b>	<b>Numerische Lösung eines Anfangswertproblems</b>	<b>53</b>
5.1	Das explizite Euler-Verfahren	54
5.2	Allgemeine explizite Einschrittverfahren	55
5.3	Der Konvergenzbegriff bei Einschrittverfahren	56
5.4	Konsistenz	58
5.5	Stabilität und Konvergenz	59

5.6	Ein hinreichendes Stabilitätskriterium . . . . .	61
5.7	Der Einfluss von Rundungs- und Datenfehlern . . . . .	62
<b>6</b>	<b>Ein Boxmodell des Nordatlantikstroms . . . . .</b>	<b>67</b>
6.1	Die thermohaline Zirkulation . . . . .	68
6.2	Das Rahmstorf-Boxmodell . . . . .	69
6.3	Die Modellgleichungen . . . . .	73
6.4	Zustandsgrößen, prognostische und diagnostische Variablen und Parameter . . . . .	76
6.5	Eine erweiterte Form des Boxmodells . . . . .	78
<b>7</b>	<b>Stationäre Zustände . . . . .</b>	<b>81</b>
7.1	Definition und Beispiele . . . . .	81
7.2	Numerische Berechnung mit dem Newton-Verfahren . . . . .	83
7.3	Pseudo-Zeitschrittverfahren . . . . .	87
7.4	Reduktion der Modellgleichungen beim Rahmstorf-Boxmodell . . . . .	97
7.5	Berechnung der Nullstellen einer skalaren Gleichung . . . . .	99
<b>8</b>	<b>Ein Boxmodell des globalen Kohlenstoffkreislaufs . . . . .</b>	<b>103</b>
8.1	Lösungsstruktur linearer Differentialgleichungssysteme . . . . .	106
8.2	Lineare Differentialgleichungssysteme mit konstanten Koeffizienten . . . . .	108
<b>9</b>	<b>Das Lorenz-Modell . . . . .</b>	<b>113</b>
9.1	Ein Einblick in die Modellierung . . . . .	114
9.2	Existenz, Eindeutigkeit und Symmetrie . . . . .	116
9.3	Stationäre Zustände . . . . .	116
9.4	Transiente Lösungen . . . . .	118
<b>10</b>	<b>Stabilität exakter Lösungen von Differentialgleichungen . . . . .</b>	<b>121</b>
10.1	Lineare Systeme . . . . .	123
10.2	Nichtlineare Systeme . . . . .	125
10.3	Stabilität beim Lorenz-Modell . . . . .	126
<b>11</b>	<b>Verfahren höherer Ordnung für Anfangswertprobleme . . . . .</b>	<b>129</b>
11.1	Konstruktion von Verfahren höherer Ordnung . . . . .	129
11.2	Allgemeine explizite Runge-Kutta-Verfahren . . . . .	131
11.3	Schrittweitensteuerung . . . . .	132
<b>12</b>	<b>Transportmodelle . . . . .</b>	<b>137</b>
12.1	Modellierung . . . . .	139
12.2	Die Transportgleichung in integraler Form . . . . .	142
12.3	Die Transportgleichung in differentieller Form . . . . .	145
12.4	Stationäre schwache Lösungen . . . . .	146
12.5	Klassische Lösung eines reinen Diffusionsproblems . . . . .	155

---

<b>13</b>	<b>Diskretisierung im Ort</b> . . . . .	159
13.1	Die Finite-Volumen-Methode . . . . .	159
13.2	Die Finite-Differenzen-Methode . . . . .	168
13.3	Lösbarkeit des diskreten stationären Systems . . . . .	173
13.4	Numerische Instabilität advektionsdominanter Probleme . . . . .	181
13.5	Diskretisierung mit Upwind-Schema . . . . .	183
13.6	Nicht-äquidistantes Ortsgitter . . . . .	185
13.7	Ausblick auf die mehrdimensionale Diskretisierung . . . . .	187
<b>14</b>	<b>Explizite und implizite Zeitdiskretisierung</b> . . . . .	195
14.1	Explizite Verfahren für die Transportgleichung . . . . .	196
14.2	Numerische Instabilität bei der Zeitintegration . . . . .	198
14.3	Implizite Verfahren . . . . .	201
14.4	Numerische Stabilität des Diffusionsanteils . . . . .	203
<b>15</b>	<b>Ökosystemmodelle</b> . . . . .	207
15.1	Das klassische Räuber-Beute-Modell . . . . .	208
15.2	Eine Erweiterung mit beschränktem Wachstum . . . . .	210
15.3	Ein marines biogeochemisches Modell . . . . .	211
<b>16</b>	<b>Atmosphären- und Ozeanströmung</b> . . . . .	215
16.1	Masseerhaltung . . . . .	216
16.2	Modellierung im bewegten Gebiet . . . . .	217
16.3	Spezielle Fluide . . . . .	222
16.4	Impulsbilanz . . . . .	224
16.5	Gleichungen für Ozeanmodelle . . . . .	230
16.6	Besonderheiten der Erdgeometrie . . . . .	232
<b>Anhang</b>	. . . . .	239
<b>Literatur</b>	. . . . .	241
<b>Sachverzeichnis</b>	. . . . .	245