
Inhaltsverzeichnis

1	Klimasystem und Klimamodelle	1
1.1	Wetter und Klima	1
1.2	Klimamodelle	4
1.3	Klimasimulationen	5
1.4	Komponenten des Klimasystems	6
1.5	Antreibende Kräfte des Klimas und Ursachen für Klimaänderungen	10
1.6	Eine Klassifizierung von Klimamodellen	14
2	Ein nulldimensionales Energiebilanzmodell	17
2.1	Die Strahlungsbilanz eines Körpers im All	17
2.2	Die instationäre Form der Strahlungsbilanz	19
2.3	Grundgrößen und Einheiten nach dem SI-System	20
2.4	Formulierung als Differentialgleichung	21
3	Anfangswertprobleme und analytische Lösungsverfahren	23
3.1	Anfangswertprobleme	23
3.2	Die Methode der Trennung der Variablen	25
3.3	Partialbruchzerlegung	28
3.4	Existenz- und Eindeutigkeitsaussagen	30
3.5	Fortsetzbarkeit und globale Existenz von Lösungen	40
4	Umformulierung und Vereinfachung von Modellen	43
4.1	Übergang zu dimensionslosen Größen und Skalierung	43
4.2	Trennung in Referenzwert und Abweichung/Störung	47
4.3	Linearisierung	48
5	Numerische Lösung eines Anfangswertproblems	53
5.1	Das explizite Euler-Verfahren	54
5.2	Allgemeine explizite Einschrittverfahren	55
5.3	Der Konvergenzbegriff bei Einschrittverfahren	56
5.4	Konsistenz	58
5.5	Stabilität und Konvergenz	59

5.6	Ein hinreichendes Stabilitätskriterium	61
5.7	Der Einfluss von Rundungs- und Datenfehlern	62
6	Ein Boxmodell des Nordatlantikstroms	67
6.1	Die thermohaline Zirkulation	68
6.2	Das Rahmstorf-Boxmodell	69
6.3	Die Modellgleichungen	73
6.4	Zustandsgrößen, prognostische und diagnostische Variablen und Parameter	76
6.5	Eine erweiterte Form des Boxmodells	78
7	Stationäre Zustände	81
7.1	Definition und Beispiele	81
7.2	Numerische Berechnung mit dem Newton-Verfahren	83
7.3	Pseudo-Zeitschrittverfahren	87
7.4	Reduktion der Modellgleichungen beim Rahmstorf-Boxmodell	97
7.5	Berechnung der Nullstellen einer skalaren Gleichung	99
8	Ein Boxmodell des globalen Kohlenstoffkreislaufs	103
8.1	Lösungsstruktur linearer Differentialgleichungssysteme	106
8.2	Lineare Differentialgleichungssysteme mit konstanten Koeffizienten	108
9	Das Lorenz-Modell	113
9.1	Ein Einblick in die Modellierung	114
9.2	Existenz, Eindeutigkeit und Symmetrie	116
9.3	Stationäre Zustände	116
9.4	Transiente Lösungen	118
10	Stabilität exakter Lösungen von Differentialgleichungen	121
10.1	Lineare Systeme	123
10.2	Nichtlineare Systeme	125
10.3	Stabilität beim Lorenz-Modell	126
11	Verfahren höherer Ordnung für Anfangswertprobleme	129
11.1	Konstruktion von Verfahren höherer Ordnung	129
11.2	Allgemeine explizite Runge-Kutta-Verfahren	131
11.3	Schrittweitensteuerung	132
12	Transportmodelle	137
12.1	Modellierung	139
12.2	Die Transportgleichung in integraler Form	142
12.3	Die Transportgleichung in differentieller Form	145
12.4	Stationäre schwache Lösungen	146
12.5	Klassische Lösung eines reinen Diffusionsproblems	155

13	Diskretisierung im Ort	159
13.1	Die Finite-Volumen-Methode	159
13.2	Die Finite-Differenzen-Methode	168
13.3	Lösbarkeit des diskreten stationären Systems	173
13.4	Numerische Instabilität advektionsdominanter Probleme	181
13.5	Diskretisierung mit Upwind-Schema	183
13.6	Nicht-äquidistantes Ortsgitter	185
13.7	Ausblick auf die mehrdimensionale Diskretisierung	187
14	Explizite und implizite Zeitdiskretisierung	195
14.1	Explizite Verfahren für die Transportgleichung	196
14.2	Numerische Instabilität bei der Zeitintegration	198
14.3	Implizite Verfahren	201
14.4	Numerische Stabilität des Diffusionsanteils	203
15	Ökosystemmodelle	207
15.1	Das klassische Räuber-Beute-Modell	208
15.2	Eine Erweiterung mit beschränktem Wachstum	210
15.3	Ein marines biogeochemisches Modell	211
16	Atmosphären- und Ozeanströmung	215
16.1	Masseerhaltung	216
16.2	Modellierung im bewegten Gebiet	217
16.3	Spezielle Fluide	222
16.4	Impulsbilanz	224
16.5	Gleichungen für Ozeanmodelle	230
16.6	Besonderheiten der Erdgeometrie	232
Anhang	239
Literatur	241
Sachverzeichnis	245