

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| Vorwort | v |
| I Einführung | 1 |
| 1 Einleitung | 3 |
| 1.1 Signale | 4 |
| 1.2 Systeme | 4 |
| 1.3 Signalverarbeitung | 6 |
| 1.4 Struktur des Buches | 9 |
| 2 Mathematische Grundlagen | 11 |
| 2.1 Räume | 11 |
| 2.1.1 Metrischer Raum | 12 |
| 2.1.2 Linearer Raum | 13 |
| 2.1.3 Normierte Räume | 15 |
| 2.1.4 Innenproduktraum | 16 |
| 2.1.5 Unitärer Raum | 18 |
| 2.1.6 Hilbert-Raum | 20 |
| 2.1.7 Basis | 21 |
| 2.2 Integraltransformationen | 28 |
| 2.2.1 Integrationskerne | 28 |
| 2.2.2 Zweidimensionale Transformationen | 31 |
| 2.3 Operatoren | 32 |
| 2.3.1 Lineare Operatoren | 33 |
| 2.3.2 Typen von linearen Operatoren | 38 |
| 2.3.3 Darstellungsmatrix | 39 |
| 2.3.4 Verschiebungsoperator | 41 |

| | | |
|-------|----------------------------------|----|
| 2.4 | Holomorphe Funktionen | 42 |
| 2.4.1 | Cauchy'sche Integralformel | 42 |
| 2.4.2 | Laurent-Reihe | 44 |
| 2.4.3 | Residuensatz | 48 |

II Zeitkontinuum 51

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3 | Zeitkontinuierliche Signale | 53 |
| 3.1 | Funktionsräume | 53 |
| 3.1.1 | Signalklassen | 54 |
| 3.1.2 | Norm und Innenprodukt von Signalen | 56 |
| 3.1.3 | Norm und Innenprodukt mit Belegung | 58 |
| 3.2 | Stochastische Signale | 59 |
| 3.2.1 | Wahrscheinlichkeit | 59 |
| 3.2.2 | Wahrscheinlichkeitsverteilung | 60 |
| 3.2.3 | Stochastische Prozesse | 65 |
| 3.3 | Deterministische Signale | 80 |
| 3.3.1 | Orthogonale Funktionensysteme | 80 |
| 3.3.2 | Biorthogonale Funktionensysteme | 84 |
| 3.4 | Fourier-Reihe | 85 |
| 3.5 | Fourier-Transformation | 90 |
| 3.5.1 | Definition der Fourier-Transformation | 93 |
| 3.5.2 | Eigenschaften der Fourier-Transformation | 96 |
| 3.5.3 | Energie- und Leistungsdichte | 101 |
| 3.5.4 | Cosinus- und Sinus-Transformation | 102 |
| 3.6 | Testsignale | 104 |
| 3.6.1 | Dirac-Impuls | 105 |
| 3.6.2 | Konstantes Signal | 106 |
| 3.6.3 | Vorzeichenfunktion | 107 |
| 3.6.4 | Einheitssprung | 107 |
| 3.6.5 | Komplexe Schwingung | 107 |
| 3.6.6 | Rechteckfunktion | 108 |
| 3.6.7 | Exponentialimpuls | 109 |
| 3.6.8 | Doppelseitige Exponentialfunktion | 110 |
| 3.6.9 | Exponentialsignal | 110 |
| 3.6.10 | Gauß-Impuls | 112 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3.7 | Besonderheiten der Fourier-Transformation | 114 |
| 3.7.1 | Leckeffekt | 114 |
| 3.7.2 | Gibbs'sches Phänomen | 117 |
| 3.8 | Allgemeine Signaleigenschaften | 122 |
| 3.8.1 | Zeitdauer-Bandbreite-Produkt | 122 |
| 3.8.2 | Riemann-Lebesgue'sches Lemma | 126 |
| 3.9 | Verwendung von Fensterfunktionen | 131 |
| 4 | Zeitkontinuierliche Systeme | 133 |
| 4.1 | Eigenschaften | 133 |
| 4.1.1 | Lineare zeitinvariante Systeme (LTI-Systeme) | 138 |
| 4.1.2 | Mehrgrößensysteme | 143 |
| 4.2 | Systembeschreibung durch Differentialgleichungen | 143 |
| 4.2.1 | Allgemeine Darstellung | 143 |
| 4.2.2 | Zustandsraum | 144 |
| 4.3 | Laplace-Transformation | 149 |
| 4.3.1 | Definition | 150 |
| 4.3.2 | Konvergenz der Laplace-Transformation | 153 |
| 4.3.3 | Inverse Laplace-Transformation | 155 |
| 4.3.4 | Eigenschaften | 156 |
| 4.3.5 | Rücktransformation | 160 |
| 4.3.6 | Anwendung bei der Systembeschreibung | 165 |
| 4.3.7 | Vergleich zwischen Laplace- und Fourier-Transformation | 168 |
| 4.4 | Systemfunktion | 168 |
| 4.4.1 | Pol- und Nullstellen | 170 |
| 4.4.2 | Verknüpfung von Systemfunktionen | 173 |
| 4.4.3 | Frequenzgang | 177 |
| 4.4.4 | Bode-Diagramm | 181 |
| 4.4.5 | Minimalphasensystem und Allpass | 184 |
| 4.4.6 | Strukturdarstellung kontinuierlicher LTI-Systeme | 189 |
| 4.5 | Frequenzselektive Filter | 192 |
| 4.5.1 | Filtertransformation | 194 |
| 4.5.2 | Entwurf normierter Tiefpässe | 195 |
| 4.5.3 | Bestimmung der Übertragungsfunktion | 202 |
| 4.6 | Hilbert-Transformation | 204 |

| | | |
|------------|--|------------|
| III | Zeitdiskretisierung | 213 |
| 5 | Zeitdiskrete Signale | 215 |
| 5.1 | Grundlagen | 215 |
| 5.1.1 | Zeitdiskretisierung | 215 |
| 5.1.2 | Abtasttheorem | 217 |
| 5.1.3 | Aliasing | 222 |
| 5.1.4 | Rekonstruktion | 225 |
| 5.2 | Diskrete Zufallsvariablen | 230 |
| 5.3 | Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale | 231 |
| 5.3.1 | Definition der Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale | 231 |
| 5.3.2 | Eigenschaften der Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale | 234 |
| 5.3.3 | Energie- und Leistungsdichte | 236 |
| 5.4 | Abtastfrequenz | 237 |
| 5.4.1 | Überabtastung | 238 |
| 5.4.2 | Unterabtastung | 246 |
| 5.5 | Spektralanalyse | 254 |
| 5.5.1 | Diskrete Fourier-Transformation (DFT) | 254 |
| 5.5.2 | Schnelle Fourier-Transformation (FFT) | 260 |
| 5.5.3 | Eigenschaften der DFT | 261 |
| 5.5.4 | Auflösung im Zeit- und Frequenzbereich | 264 |
| 5.5.5 | DFT einer komplexen Schwingung ohne Leckeffekt | 266 |
| 5.5.6 | DFT einer komplexen Schwingung mit Leckeffekt | 267 |
| 5.5.7 | Zero-Padding | 270 |
| 5.5.8 | Periodogramm | 271 |
| 5.6 | Verwendung von Fensterfunktionen | 272 |
| 5.6.1 | Definition | 274 |
| 5.6.2 | Rechteckfenster | 274 |
| 5.6.3 | Dreieckfenster | 276 |
| 5.6.4 | Hann-Fenster | 277 |
| 5.6.5 | Blackman-Fenster | 277 |
| 5.6.6 | Dolph-Tschebyscheff-Fenster | 278 |
| 5.6.7 | Zeitdiskretes Gauß-Fenster | 279 |
| 5.6.8 | Zusammenfassung | 280 |
| 5.7 | Weitere diskrete Transformationen | 282 |
| 5.7.1 | Walsh-Transformation | 282 |
| 5.7.2 | Allgemeine diskrete Transformation | 285 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 6 | Zeitdiskrete Systeme | 287 |
| 6.1 | Eigenschaften | 287 |
| 6.1.1 | Lineare zeitinvariante Systeme (LTI-Systeme) | 290 |
| 6.1.2 | Mehrgrößensysteme | 292 |
| 6.2 | Systembeschreibung durch Differenzgleichungen | 293 |
| 6.2.1 | Allgemeine Darstellung | 293 |
| 6.2.2 | Zustandsraum | 294 |
| 6.3 | Die z-Transformation | 296 |
| 6.3.1 | Definition | 296 |
| 6.3.2 | Existenz der z-Transformierten | 299 |
| 6.3.3 | Inverse z-Transformation | 303 |
| 6.3.4 | Möglichkeiten der Rücktransformation | 303 |
| 6.3.5 | Eigenschaften | 311 |
| 6.4 | Systemfunktion | 315 |
| 6.4.1 | Pol- und Nullstellen | 317 |
| 6.4.2 | Verknüpfung von Systemen | 318 |
| 6.4.3 | Frequenzgang | 319 |
| 6.4.4 | Minimalphasensystem und Allpass | 329 |
| 6.4.5 | Strukturdarstellung zeitdiskreter LTI-Systeme | 332 |
| 6.5 | Linearphasige Systeme | 339 |
| 6.5.1 | Definition und Eigenschaften | 339 |
| 6.5.2 | Linearphasige FIR-Filter | 343 |
| 6.6 | Zeitdiskrete Darstellung kontinuierlicher Systeme | 347 |
| 6.6.1 | Aufbau | 347 |
| 6.6.2 | Umsetzung der Übertragungsfunktion | 348 |
| 6.6.3 | Impulsinvarianz | 348 |
| 6.6.4 | Pol-/Nullstellenübertragung | 349 |
| 6.6.5 | Numerische Integration | 351 |
| 6.7 | Frequenzselektive Filter | 355 |
| 6.7.1 | Kausales FIR-Filter über Impulsinvarianz | 355 |
| 6.7.2 | Akausales FIR-Filter über die DFT | 362 |
| 6.7.3 | IIR-Filter über die zeitdiskrete Übertragungsfunktion | 367 |
| 6.7.4 | FIR-Filter über Transformation des Frequenzganges | 371 |
| 6.8 | Spezielle zeitdiskrete Filter | 375 |
| 6.8.1 | Zeitdiskrete Hilbert-Transformation | 375 |
| 6.8.2 | Zeitdiskreter Differenzierer | 382 |
| 6.8.3 | Korrektur der Gruppenlaufzeit eines Filters | 383 |

IV Zeit-Frequenz-Analyse

389

| | | |
|----------|--|------------|
| 7 | Signaldarstellung mit Frames | 391 |
| 7.1 | Fensterfunktionen | 391 |
| 7.1.1 | Verschiebungsinvarianz | 393 |
| 7.1.2 | Effektive Zeitdauer und effektive Bandbreite | 394 |
| 7.2 | Skalierung | 397 |
| 7.2.1 | Skalierung im Zeit- und Frequenzbereich | 397 |
| 7.2.2 | Skalierungsinvarianz | 400 |
| 7.3 | Hilbert-Räume | 400 |
| 7.3.1 | Basisfunktionen | 401 |
| 7.3.2 | Orthonormalität | 409 |
| 7.3.3 | Biorthonormalität | 413 |
| 7.3.4 | Frames | 414 |
| 7.3.5 | Straffe Frames | 419 |
| 7.3.6 | Frames mit verschobenen Fensterfunktionen | 426 |
| 8 | Kurzzeit-Fourier-Transformation | 431 |
| 8.1 | Kontinuierliche Kurzzeit-Fourier-Transformation | 431 |
| 8.1.1 | Definition und Interpretationen | 431 |
| 8.1.2 | Spektrogramm | 436 |
| 8.1.3 | Verschiebungsinvarianz | 437 |
| 8.1.4 | Rekonstruktion des Zeitsignals | 438 |
| 8.1.5 | Beispiele zur Kurzzeit-Fourier-Transformation | 440 |
| 8.2 | Gabor-Reihe | 449 |
| 8.2.1 | Diskretisierung von Zeit- und Frequenzverschiebung | 449 |
| 8.2.2 | Abtasttheorem für die Zeit-Frequenz-Verteilung | 451 |
| 8.2.3 | Rekonstruktion des Zeitsignals | 453 |
| 8.2.4 | Gabor-Reihe als Frame | 456 |
| 8.3 | Diskrete Kurzzeit-Fourier-Transformation | 460 |
| 8.3.1 | Definition | 460 |
| 8.3.2 | Rekonstruktion des zeitdiskreten Signals | 463 |
| 8.3.3 | Berechnung der Synthesefunktionen | 464 |
| 8.3.4 | Filterbank-Interpretation | 469 |
| 9 | Wavelet-Transformation | 475 |
| 9.1 | Kontinuierliche Wavelet-Transformation | 475 |
| 9.1.1 | Skalierung des Analysefensters | 475 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 9.1.2 | Definition der Wavelet-Transformation | 477 |
| 9.1.3 | Skalogramm | 480 |
| 9.1.4 | Zulässigkeitsbedingung | 481 |
| 9.1.5 | Zulässige Wavelet-Signale | 482 |
| 9.2 | Eigenschaften | 486 |
| 9.2.1 | Verschiebungs- und Affin-Invarianz | 486 |
| 9.2.2 | Verteilung der Signalenergie | 487 |
| 9.2.3 | Energieerhaltung | 488 |
| 9.2.4 | Rekonstruktion des Signals im Zeitbereich | 490 |
| 9.2.5 | Lokalisierungseigenschaft | 491 |
| 9.2.6 | Reproduzierender Kern | 492 |
| 9.3 | Wavelet-Funktionen | 495 |
| 9.3.1 | Gabor-Wavelet (Morlet-Wavelet) | 495 |
| 9.3.2 | Haar-Wavelet | 501 |
| 9.3.3 | Shannon-Wavelet | 502 |
| 9.4 | Semidiskrete dyadische Wavelets | 502 |
| 9.4.1 | Dyadisch diskretisierter Skalierungsfaktor | 503 |
| 9.4.2 | Rekonstruktion des Signals im Zeitbereich | 505 |
| A | Fourier-Transformationen | 509 |
| B | Laplace-Transformation | 515 |
| C | z-Transformation | 519 |
| D | Blockschaltbilder | 523 |
| E | Beweise | 525 |
| E.1 | Polarisationsgleichung | 525 |
| E.2 | Zeitdiskrete Poisson'sche Summenformel | 526 |
| E.3 | Innenprodukt von Gabor-Wavelets | 528 |
| | Literaturverzeichnis | 531 |
| | Index | 535 |