

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> .....	1
1.1	Ein Jahrhundert Quantenphysik .....	1
1.1.1	Der Transistor und die Computer-Revolution .....	2
1.1.2	Der Laser .....	3
1.1.3	Kernspin-Tomografie .....	3
1.1.4	Die Atomuhr und die Messung der Zeit .....	4
1.2	Teilchen und Wellen .....	4
1.2.1	Das Doppelspaltexperiment .....	5
1.2.2	Wellen- und Quantennatur des Lichts .....	8
1.2.3	Interferenzexperimente mit Neutronen .....	11
1.2.4	Welchen Weg wählt das Teilchen? .....	12
1.2.5	Interferenzen mit großen Molekülen .....	15
1.2.6	Bose-Einstein-Kondensation und kohärente Materiewellen ..	16
1.3	Atombau und Spektrallinien .....	18
1.4	Didaktische Anmerkungen .....	20
1.4.1	Die Unanschaulichkeit der Quantentheorie .....	20
1.4.2	Die Erweiterung unserer Anschauung durch neue Instrumente .....	21
<b>2</b>	<b>Die Schrödinger-Gleichung</b> .....	23
2.1	Die Grundgleichungen der Quantentheorie .....	23
2.2	Energie- und Impulsoperator .....	24
2.3	Die Form der Schrödinger-Gleichung .....	25
2.3.1	Die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung .....	25
2.3.2	Die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung .....	27
2.3.3	Eigenfunktionen und Eigenwerte .....	28
2.4	Die Wahrscheinlichkeitsinterpretation .....	28
2.5	Das Unschärfeprinzip .....	30
2.6	Didaktische Anmerkungen .....	31

<b>3</b>	<b>Anwendungen der Schrödinger-Gleichung</b> .....	33
3.1	Der Potentialtopf mit unendlich hohen Wänden .....	33
3.2	Der Potentialtopf mit endlicher Tiefe .....	35
3.3	Der harmonische Oszillator .....	37
3.4	Freie Teilchen, Wellenpakete .....	39
3.4.1	Ebene Wellen .....	39
3.4.2	Ein einfaches Wellenpaket .....	40
3.4.3	Gaußförmiges Wellenpaket .....	41
3.5	Die Potentialstufe .....	43
3.6	Der Tunneleffekt .....	45
3.7	Didaktische Anmerkungen .....	48
3.7.1	Quantisierung der Energie .....	48
3.7.2	Der Tunneleffekt in der Schule .....	49
<b>4</b>	<b>Theoretische Konzepte und Formalismus der Quantenmechanik</b> .....	55
4.1	Hamilton-Operator .....	55
4.2	Impuls- und Ortsoperator .....	56
4.3	Dirac-Notation und Skalarprodukt .....	57
4.4	Das Superpositionsprinzip .....	58
4.5	Erwartungswerte .....	60
4.5.1	Erwartungswerte als gewichtetes Mittel der Eigenwerte .....	60
4.5.2	Erwartungswerte des Orts- und Impulsoperators .....	61
4.6	Vertauschbare und nicht vertauschbare Operatoren .....	62
4.6.1	Definition des Kommutators .....	62
4.6.2	Vertauschbare Operatoren und gleichzeitige Messbarkeit .....	63
4.6.3	Nicht vertauschbare Operatoren und Unschärferelation .....	63
4.6.4	Energie-Zeit-Unschärfe .....	64
4.7	Der Messprozess in der Quantenmechanik .....	65
4.8	Korrespondenzprinzip und Ehrenfest-Theorem .....	66
4.9	Anwendungsbeispiele und didaktische Anmerkungen .....	67
4.9.1	Polarisiertes Licht im Quantenbild .....	67
4.9.2	Berechnung von Erwartungswerten .....	69
4.9.3	Das Superpositionsprinzip bei einer Saite .....	71
<b>5</b>	<b>Die Drehimpulsoperatoren</b> .....	75
5.1	Der Operator des Bahndrehimpulses .....	75
5.2	Drehimpuls-Vertauschungsregeln .....	76
5.2.1	Vertauschbarkeit mit dem Hamilton-Operator .....	76
5.2.2	Nichtvertauschbarkeit der Drehimpulskomponenten .....	76
5.3	Der Drehimpuls in Kugelkoordinaten .....	78
5.3.1	Umrechnung von $\hat{L}^2$ und $\hat{L}_z$ in Kugelkoordinaten .....	78
5.3.2	Die Bahndrehimpuls-Eigenfunktionen .....	78
5.4	Algebraische Behandlung des Drehimpulses .....	79
5.5	Der Spinoperator .....	82

- 5.6 Addition von Drehimpulsen ..... 84
  - 5.6.1 Addition von zwei Spins  $1/2$  ..... 84
  - 5.6.2 Addition von Bahndrehimpuls und Spin ..... 85
- 5.7 Magnetische Momente ..... 87
  - 5.7.1 Bohr'sches Atommodell ..... 87
  - 5.7.2 Magnetische Momente in der Quantentheorie ..... 88
  - 5.7.3 Magnetische Momente der Nukleonen ..... 89
- 5.8 Didaktische Anmerkungen ..... 89
  - 5.8.1 Drehimpulse in der klassischen und Quantenphysik ..... 89
  - 5.8.2 Stern-Gerlach-Experiment ..... 90
  - 5.8.3 Magnetische Kernresonanz, Kernspin-Tomografie ..... 91
- 6 Das Wasserstoff-Atom ..... 95**
  - 6.1 Die Schrödinger-Gleichung für das H-Atom ..... 95
    - 6.1.1 Die Winkelgleichungen ..... 96
    - 6.1.2 Die Radialgleichung ..... 97
  - 6.2 Bildliche Darstellung des H-Atoms ..... 100
    - 6.2.1 Abhängigkeit der Ladungsdichte vom Radius ..... 100
    - 6.2.2 Räumliche Verteilung der Ladungsdichte ..... 101
  - 6.3 Historische und didaktische Anmerkungen ..... 103
    - 6.3.1 Das Atommodell von Rutherford ..... 103
    - 6.3.2 Das Atommodell von Bohr ..... 104
- 7 Atome mit vielen Elektronen ..... 111**
  - 7.1 Identische Fermionen und Ausschließungsprinzip ..... 111
  - 7.2 Das Helium-Atom ..... 112
    - 7.2.1 Modell der unabhängigen Elektronen ..... 112
    - 7.2.2 Anwendung des Pauli-Prinzips ..... 114
    - 7.2.3 Energieniveaus und Spektren von Helium ..... 115
  - 7.3 Schalenstruktur der Atome ..... 117
  - 7.4 Atomorbitale, Hybridwellenfunktionen ..... 118
    - 7.4.1 Atomorbitale ..... 118
    - 7.4.2 Hybridfunktionen ..... 119
  - 7.5 Didaktische Anmerkungen:  
 „Was die Welt im Innersten auseinanderhält“ ..... 121
- 8 Emission und Absorption von Strahlung ..... 125**
  - 8.1 Identische Bosonen und Symmetrieprinzip ..... 126
    - 8.1.1 Zwei Bosonen ..... 126
    - 8.1.2 Drei und mehr Bosonen ..... 127
  - 8.2 Spontane und stimulierte Emission, Absorption ..... 128
    - 8.2.1 Spontane Emission ..... 128
    - 8.2.2 Stimulierte Emission und Absorption ..... 129

8.3	Strahlung im thermischen Gleichgewicht mit Materie . . . . .	131
8.3.1	Die Planck'sche Strahlungsformel . . . . .	131
8.3.2	Die Einstein-Koeffizienten . . . . .	132
8.4	Anwendungsbeispiele und didaktische Anmerkungen . . . . .	134
8.4.1	Der Laser . . . . .	134
8.4.2	Spontane Emission: stimuliert durch Vakuumfluktuationen . . . . .	135
<b>9</b>	<b>Vertiefung 1: die nichtlokale Natur der Quantenmechanik . . . . .</b>	<b>141</b>
9.1	Verschränkung und Einstein-Podolsky-Rosen-Paradoxon . . . . .	142
9.1.1	Verschränkung . . . . .	142
9.1.2	Das EPR-Paradoxon . . . . .	143
9.2	EPR-Experimente mit verschränkten Photonen . . . . .	146
9.2.1	Das Experiment von Alain Aspect . . . . .	146
9.2.2	Experimente mit verschränkten Laser-Photonen . . . . .	151
9.2.3	Die Quantenmechanik ist richtig, und sie ist nichtlokal . . . . .	152
9.3	Der Übergang Quantenphysik – klassische Physik . . . . .	154
9.3.1	Schrödingers Katze . . . . .	154
9.3.2	Dekohärenz . . . . .	154
9.3.3	Der Messprozess aus neuerer Sicht . . . . .	155
9.4	Didaktische Anmerkungen . . . . .	158
<b>10</b>	<b>Vertiefung 2: Störungsrechnung . . . . .</b>	<b>163</b>
10.1	Zeitunabhängige Störungsrechnung . . . . .	163
10.1.1	Näherungslösung der Schrödinger-Gleichung . . . . .	163
10.1.2	Energieverschiebung in der 1. Ordnung . . . . .	164
10.2	Feinstruktur im H-Atom . . . . .	165
10.2.1	Die relativistische kinetische Energie . . . . .	165
10.2.2	Spin-Bahn-Kopplung . . . . .	166
10.3	Emission und Absorption von Strahlung . . . . .	168
10.3.1	Optische Übergänge in der Quantenmechanik . . . . .	168
10.3.2	Zeitabhängige Störungsrechnung . . . . .	169
10.3.3	Absorption von Strahlung . . . . .	170
10.3.4	Stimulierte Emission von Strahlung . . . . .	171
10.3.5	Auswahlregeln für optische Übergänge . . . . .	172
<b>A</b>	<b>Mathematische Hilfsmittel . . . . .</b>	<b>177</b>
A.1	Reelle und komplexe Zahlen . . . . .	177
A.2	Zeigerdarstellung des komplexen Phasenfaktors . . . . .	179
A.3	Grundregeln der Differential- und Integralrechnung . . . . .	181
A.3.1	Differentialrechnung . . . . .	181
A.3.2	Integralrechnung . . . . .	184
A.3.3	Gaußfunktion und Fehlerfunktion . . . . .	185
A.4	Fourier-Reihe und Fourier-Integral . . . . .	186
A.4.1	Fourier-Reihe . . . . .	186
A.4.2	Fourier-Integral . . . . .	188

A.5	Funktionen von mehreren Variablen	191
A.5.1	Partielle Ableitungen	191
A.5.2	Mehrfachintegrale	192
A.6	Kugel- und Zylinderkoordinaten	192
<b>B</b>	<b>Ergänzungen zu Kap. 1, 2 und 3</b>	195
B.1	Kinematik der Compton-Streuung	195
B.2	Die Kontinuitätsgleichung	196
B.3	Der Potentialtopf mit endlicher Tiefe	198
B.4	Der kreisförmige Potentialtopf	200
B.5	Der 3D-Potentialtopf und die Zustandsdichte	202
B.5.1	Zustandsdichte für massive Teilchen	202
B.5.2	Zustandsdichte für Photonen	204
B.6	Wellenfunktionen des harmonischen Oszillators	204
B.7	Gaußförmiges Wellenpaket	206
<b>C</b>	<b>Ergänzungen zu Kap. 4 und 5</b>	209
C.1	Selbstadjungierte Operatoren	209
C.1.1	Ortsraum	209
C.1.2	Spinraum	210
C.2	Gleichzeitige Messbarkeit	211
C.3	Orts- und Impulsraum	212
C.4	Rotationsinvarianz von $\hat{H}$ in einem Zentralpotential	214
C.5	Vertauschbarkeit von Hamilton- und Drehimpulsoperator	215
C.6	Der Drehimpuls in Kugelkoordinaten	215
C.7	Ergänzungen zur Drehimpulsalgebra	217
C.8	Addition von zwei Spins $1/2$	218
C.9	Addition von Bahndrehimpuls und Spin	219
<b>D</b>	<b>Ergänzungen zu Kap. 6, 7 und 8</b>	221
D.1	Die Radialgleichung des H-Atoms	221
D.2	Coulomb- und Austausch-Integral beim Helium	225
D.3	Fermi-Dirac- und Bose-Einstein-Statistik	226
<b>E</b>	<b>Ergänzungen zu Kap. 9 und 10</b>	227
E.1	Eigenschaften des Spinsingulettzustands	227
E.2	EPR-Paradoxon und Bell'sche Ungleichung	228
E.3	Einfluss der relativistischen Energie im H-Atom	230
E.4	Energieaufspaltung infolge der Spin-Bahn-Kopplung	231
E.5	Zeitabhängige Störungsrechnung	232
E.6	Auswahlregeln für optische Übergänge	234
<b>F</b>	<b>Lösungen zu ausgewählten Aufgaben</b>	237
	<b>Literaturverzeichnis</b>	251
	<b>Sachverzeichnis</b>	253