

Jürgen Audretsch

Verschränkte Systeme

Die Quantenphysik auf neuen Wegen



WILEY-
VCH

WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	XI
1 Der mathematische Rahmen	1
1.1 Hilbert-Raum der Vektoren	2
1.1.1 Skalarprodukt, Dirac-Schreibweise	2
1.1.2 Lineare Operatoren auf dem Hilbert-Raum	3
1.1.3 Normale Operatoren und spektrale Zerlegung	6
1.1.4 Hermitesche Operatoren	9
1.1.5 Unitäre Operatoren	11
1.1.6 Positive Operatoren und Projektionsoperatoren	11
1.2 Liouville-Raum der Operatoren	13
1.2.1 Skalarprodukt	13
1.2.2 Superoperatoren	15
1.3 Elemente der Wahrscheinlichkeitstheorie	15
1.3.1 Wahrscheinlichkeit zufälliger Ereignisse	16
1.3.2 Bedingte Wahrscheinlichkeit und Satz von Bayes	17
1.3.3 Zufallsgrößen	19
1.4 Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	20
1.5 Übungsaufgaben	20
2 Grundkonzepte der Quantentheorie	23
2.1 Erste Fassung der Postulate (reine Zustände abgeschlossener Quantensysteme)	23
2.1.1 Das Szenario der Quantentheorie	23
2.1.2 Postulate für reine Zustände abgeschlossener Quantensysteme	29
2.1.3 Kommentare zu den Postulaten	35
2.2 Ausblick	36
2.3 Manipulation der Zustandsbewegung durch projektive Messungen	37
2.3.1 Quanten-Zeno-Effekt	37
2.3.2 Treiben eines Zustandsvektors durch eine Sequenz von Projektions- messungen	38
2.4 Die Struktur physikalischer Theorien*	39
2.4.1 Bauelemente einer physikalischen Theorie*	39
2.4.2 Theoretische Terme*	41

Die mit einem Stern * gekennzeichneten Kapitel können bei einem ersten Durchgang überschlagen werden.

2.5	Interpretationen der Quantentheorie und physikalische Wirklichkeit*	42
2.5.1	Minimalinterpretation*	42
2.5.2	Standardinterpretation*	42
2.6	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	43
3	Die einfachsten Quantensysteme: Qubits	45
3.1	Pauli-Operatoren	46
3.2	Veranschaulichung von Qubits auf der Bloch-Kugel	48
3.3	Veranschaulichung der Messdynamik und der unitären Dynamik	51
3.4	Quantengatter für einzelne Qubit-Systeme	55
3.5	Spin- $\frac{1}{2}$	57
3.6	Photonenpolarisationen	58
3.7	Einzelne Photonen im Strahlteiler und Interferometer	59
3.7.1	Strahlteiler	59
3.7.2	Interferometer	62
3.8	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	64
3.9	Übungsaufgaben	64
4	Gemischter Zustand und Dichteoperator	67
4.1	Dichteoperator zu gegebenem Ensemble (statistisches Gemisch)	67
4.1.1	Reiner Zustand	67
4.1.2	Die Physik der statistischen Gemische (Gemenge)	69
4.1.3	Definition und Eigenschaften des allgemeinen Dichteoperators	73
4.1.4	Inkohärente Überlagerung reiner Zustände	74
4.2	Der allgemeine Quantenzustand	76
4.3	Verschiedene Ensemblezerlegungen eines Dichteoperators und Ignoranzinterpretation	76
4.4	Dichteoperatoren von Qubits	79
4.5	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	80
4.6	Übungsaufgaben	80
5	Shannon-Entropie und klassische Information	83
5.1	Definition und Eigenschaften	83
5.2	Shannons Theorem	87
5.2.1	Typische Sequenzen	87
5.2.2	Klassische Datenkompression	89
5.3	Information	90
5.4	Klassische relative Entropie	91
5.5	Wechselseitige Information als Maß für die Korreliertheit zweier Botschaften	92
5.5.1	Wechselseitige Information	92
5.5.2	Bedingte Entropie	93
5.6	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	95
5.7	Übungsaufgaben	95

6	Von-Neumann-Entropie und Quanteninformation	97
6.1	Quantenkanal und Quantenentropie	97
6.2	Qubit als Einheit der Quanteninformation	100
6.3	Eigenschaften	102
6.4	Die Schnittstellen von Präparation und Messung	104
6.4.1	Entropie der projektiven Messung	104
6.4.2	Entropie der Präparation	106
6.5	Quanteninformation	106
6.6	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	107
6.7	Übungsaufgaben	107
7	Zusammengesetzte Systeme	109
7.1	Teilsysteme	109
7.2	Produkttraum	110
7.2.1	Vektoren	111
7.2.2	Operatoren	112
7.3	Grundlagen der Physik zusammengesetzter Quantensysteme	114
7.3.1	Postulat für zusammengesetzte Systeme und Ausblick	114
7.3.2	Messungen an einem Teilsystem und reduzierter Dichteoperator	116
7.3.3	Zustand nach einer Messung an einem Teilsystem	117
7.3.4	Lokale Messungen an zwei Teilsystemen	119
7.3.5	Unitäre Dynamik zusammengesetzter Systeme	123
7.4	Quantengatter für mehrere Qubit-Systeme	123
7.4.1	Verschrankung durch das CNOT-Gatter	123
7.4.2	Toffoli-Gatter	126
7.5	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	126
7.6	Übungsaufgaben	127
8	Verschrankung	129
8.1	Korrelationen und Verschrankung	129
8.1.1	Klassisch korrelierte Quantenzustände und LOCC	129
8.1.2	Separabilität und Verschrankung	131
8.1.3	Das Separabilitätsproblem	132
8.2	Verschrankte reine Zustände	133
8.2.1	Schmidt-Zerlegung	133
8.2.2	Schmidt-Zahl und Verschrankung	135
8.2.3	Entropie der Teilsysteme als Maß für Verschrankung	136
8.2.4	Teilsysteme in reinen Zuständen sind total isoliert	137
8.3	Erzeugung verschrankter Zustände	139
8.4	Informationsübertragung mit Überlichtgeschwindigkeit und das No-cloning-Theorem	141
8.5	Zustandsmarkierung durch Verschrankung	143
8.5.1	Welcher-Weg-Markierung	143
8.5.2	Quantenradieren	146
8.5.3	Tatsächlich „delayed choice“?	147

8.6	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	149
8.7	Übungsaufgaben	150
9	Korrelationen und nicht-lokale Messungen	151
9.1	Entropien und Korreliertheit zusammengesetzter Quantensysteme	151
9.1.1	Wechselseitige Information als Maß für Korreliertheit	151
9.1.2	Dreiecksungleichung	152
9.1.3	Verschränkte versus klassische korrelierte Quantensysteme	153
9.2	Nicht-lokale Messungen	156
9.2.1	Bell-Zustände	156
9.2.2	Lokale und nicht-lokale Messungen	157
9.2.3	Nicht-lokal gespeicherte Information und Bell-Messungen	159
9.3	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	161
9.4	Übungsaufgaben	161
10	Es gibt keine (lokal-realistische) Alternative zur Quantentheorie	163
10.1	EPR-Experimente und ihre quantentheoretische Deutung	163
10.2	Korrelierte Handschuhe	166
10.3	Lokaler Realismus	167
10.4	Verborgene Parameter, Bellsche Ungleichungen und Konflikt mit dem Experiment	168
10.5	Separable Quantengemische erfüllen die Bellsche Ungleichung	171
10.6	Bell-Verletzung als Kriterium für Verschränkung bei reinen Zuständen	172
10.7	3-Teilchen-Verschränkung und Quantennichtlokalität	172
10.7.1	GHZ-Zustand	172
10.7.2	Lokaler Realismus und Quantentheorie im Konflikt	173
10.8	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	174
10.9	Übungsaufgaben	175
11	Verschränkung als Hilfsmittel	177
11.1	Quantenkryptographie	177
11.1.1	Die Vernam-Verschlüsselung	177
11.1.2	B92-Protokoll	178
11.1.3	Weitere 1-Qubit-Protokolle	179
11.1.4	EPR-Protokolle	180
11.1.5	Das Schema der Quantenkryptografie	181
11.2	Ein Qubit überträgt zwei Bit (dense coding)	182
11.3	Quantenteleportation	182
11.4	Verschränkungs austausch	184
11.5	Ergänzende Themen und weitere Literatur	185
11.6	Übungsaufgaben	186
12	Quantencomputer	187
12.1	Register und Netzwerke	187
12.2	Funktionsberechnung und Quantenparallelismus	189

12.3	Quantenparallelismus	192
12.4	Zwei einfache Quantenalgorithmen	194
12.4.1	Deutsch-Problem	194
12.4.2	Deutsch-Jozsa-Problem	195
12.5	Suchalgorithmus von Grover	197
12.6	Faktorisierungsalgorithmus von Shor	199
12.6.1	Rückführung von Faktorisierung auf Periodensuche	200
12.6.2	Quantenalgorithmus zur Periodenbestimmung	203
12.7	Quantenfehlerkorrektur mit Hilfe nicht-lokaler Messungen	207
12.7.1	Bit-Flip-Fehler	207
12.7.2	Phasen-Flip-Fehler	209
12.8	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	209
12.9	Übungsaufgaben	211
13	Verallgemeinerte Messungen, POVM	213
13.1	Aufgaben einer allgemeinen Dynamik offener Quantensysteme	213
13.1.1	Fragestellungen	213
13.1.2	Ein einfaches Beispiel	214
13.2	Das nicht-ideale Stern-Gerlach-Experiment als Beispiel für eine verallgemeinerte Messung	217
13.2.1	Der Versuchsaufbau	217
13.2.2	Beispiel einer verallgemeinerten Messung	219
13.2.3	Unschärfe und schwache Messungen	221
13.3	Verallgemeinerte Messungen	222
13.3.1	Was ist eine Quantenmessung?	222
13.3.2	Verallgemeinerte Messpostulate	223
13.3.3	Polare Zerlegung eines linearen Operators	224
13.3.4	Minimale Messungen	225
13.3.5	Realisierung einer verallgemeinerten Messung durch unitäre Transformation und Projektion	227
13.4	POVM-Messung	228
13.4.1	Messwahrscheinlichkeiten und positive Operatoren	228
13.4.2	Zusammengesetzte Messung als Beispiel einer POVM-Messung	229
13.4.3	Kann eine einzelne POVM-Messung zwei Zustände sicher unterscheiden?	230
13.4.4	Vorteil einer POVM-Messung bei der Zustandsermittlung	231
13.4.5	Informationell vollständiges POVM	232
13.4.6	Schätzung des Zustands vor der Messung	233
13.5	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	234
13.6	Übungsaufgaben	235
14	Allgemeine Entwicklung eines offenen Quantensystems und spezielle Quantenkanäle	237
14.1	Quantenoperationen und ihre Operatorsummenzerlegungen	237
14.1.1	Quantenoperationen	237

14.1.2	Operatorsummenzerlegung von Quantenoperationen	239
14.1.3	Quantenoperationen sind noch nicht die allgemeinsten Entwicklungen	240
14.1.4	Einfache Beispiele	241
14.1.5	Mehrdeutigkeit der Operatorsummenzerlegung	242
14.2	Völlig allgemeine Messung und POVM	242
14.3	Quantenkanäle	243
14.3.1	Depolarisierungskanal	243
14.3.2	Quantensprünge und Amplitudendämpfungskanal	245
14.4	Blick zurück: Das Szenario und die Regeln der Quantentheorie	245
14.5	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	248
14.6	Übungsaufgaben	248
15	Dekohärenz und Ansätze für die Beschreibung des Quantenmessprozesses	249
15.1	Dekohärenz erzeugende Kanäle	249
15.1.1	Phasendämpfungskanal	249
15.1.2	Streuung und Dekohärenz	251
15.1.3	Phasenflipkanal	252
15.2	Umgebungsinduzierte Dekohärenz	253
15.2.1	Die Herausbildung der klassischen Welt	253
15.2.2	Schrödingers Katze	255
15.3	Quantenmessprozess*	257
15.3.1	Das Forschungsprogramm*	257
15.3.2	Vormessung*	257
15.3.3	Verschränkung mit der Umgebung fixiert die Observable*	258
15.3.4	Verschränkung mit vielen Freiheitsgraden der Umgebung*	259
15.4	Ist das Messproblem gelöst?*	262
15.5	Die Viele-Welten-Interpretation*	263
15.6	Ergänzende Themen und weiterführende Literatur	264
15.7	Übungsaufgaben	264
16	Zwei Realisierungen von Quantenoperationen*	267
16.1	Operatorsummenzerlegung*	267
16.2	Unitäre Realisierung von Quantenoperationen*	270
16.3	Realisierung einer völlig allgemeinen Messung durch unitäre Transformation und Projektion*	271
16.4	Ergänzende Themen und Literatur	273
16.5	Übungsaufgaben	273
Literatur		275
	Literaturhinweise	275
	Literaturverzeichnis	276
Register		287