

Inhalt

Grußwort der Präsidentin der Kultusministerkonferenz	12
---	----

Teil 1: Erläuterungen zu den Bildungsstandards Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife	15
--	----

1. Zur Konzeption der Bildungsstandards Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Werner Blum)	16
---	----

1 Bildungsstandards für die Sekundarstufe II	16
2 Die Bildungsstandards für das Fach Mathematik	18
2.1 Das Kompetenzstrukturmodell	18
2.2 Die Prozess-Dimension	20
2.3 Die Inhalts-Dimension.	21
2.4 Die Anspruchs-Dimension.	23
3 Kompetenzorientierter Mathematikunterricht	24
4 Zum Aufbau dieses Buches.	27
Literaturverzeichnis	29

2. Die Leitidee Algorithmus und Zahl (Michael Kleine)	31
--	----

1 Einleitung.	31
2 Entwicklung der Leitidee hin zur Hochschulreife	32
2.1 Kompetenzbereiche am Ende der Sekundarstufe I	32
2.2 Kompetenzentwicklung in der Sekundarstufe II	33
3 Prozesse mit Tupeln und Matrizen beschreiben	34
3.1 Matrizen zur Berechnung von Sachverhalten nutzen.	34
3.2 Übergangsprozesse untersuchen	36
4 Über alle Grenzen hinaus	38
5 Fazit	39
Literaturverzeichnis	40

3. Die Leitidee Messen (Timo Leuders)	41
--	----

1 Zum Begriff des Messens	41
2 Messen durch infinitesimales Ausschöpfen.	43
3 Messen durch Quotientenbildung.	45
4 Messen im Rahmen des Koordinatisierens	46
5 Messen als Festlegung von statistischen Kerngrößen	48
6 Messen als Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten.	49
7 Fazit	49
Literaturverzeichnis	50

4. Die Leitidee Raum und Form (Andreas Filler)	51
1 Die Leitidee Raum und Form von der Primarstufe bis zur Sekundarstufe II	51
2 Analytische Geometrie als vernetzendes Gebiet	51
3 Der Begriff des Vektors	52
4 Analytische Beschreibung geometrischer Objekte.	54
4.1 Beschreibung von Geraden und Ebenen durch Koordinaten- gleichungen und lineare Gleichungssysteme	54
4.2 Parameterdarstellungen	56
5 Vektoren und Parameterbeschreibungen beim Arbeiten mit geometrischen Objekten	58
6 Fazit	59
Literaturverzeichnis	60
5. Die Leitidee funktionaler Zusammenhang (Hans-Wolfgang Henn, Reinhard Oldenburg)	61
1 Funktionales Denken	61
2 Funktionen	63
3 Funktionen als Gegenstände des Denkens und Argumentierens	65
4 Beispiele	66
5 Fazit	70
Literaturverzeichnis	71
6. Die Leitidee Daten und Zufall (Rolf Biehler, Andreas Eichler)	72
1 Einleitung	72
2 Daten als Grundlage der Leitidee.	73
3 Modellieren mehrstufiger zufälliger Vorgänge	74
4 Verteilungen	77
5 Schätzen und Testen	78
6 Fazit	81
Literaturverzeichnis	82
7. Die Kompetenz mathematisch Argumentieren (Stefan Ufer, Jürg Kramer)	83
1 Einleitung	83
2 Anforderungen mathematischen Argumentierens	84
3 Mathematisches Argumentieren in der Sekundarstufe II	86
3.1 Spezifische Zielbereiche in der Sekundarstufe II	86
3.2 Mathematisches Argumentieren als Unterrichtsaktivität	91
4 Ausblick und Implikationen	93
Literaturverzeichnis	94

4. Die Leitidee Raum und Form (Andreas Filler)	51
1 Die Leitidee Raum und Form von der Primarstufe bis zur Sekundarstufe II	51
2 Analytische Geometrie als vernetzendes Gebiet	51
3 Der Begriff des Vektors	52
4 Analytische Beschreibung geometrischer Objekte.	54
4.1 Beschreibung von Geraden und Ebenen durch Koordinaten- gleichungen und lineare Gleichungssysteme	54
4.2 Parameterdarstellungen	56
5 Vektoren und Parameterbeschreibungen beim Arbeiten mit geometrischen Objekten	58
6 Fazit	59
Literaturverzeichnis	60
5. Die Leitidee funktionaler Zusammenhang (Hans-Wolfgang Henn, Reinhard Oldenburg)	61
1 Funktionales Denken	61
2 Funktionen	63
3 Funktionen als Gegenstände des Denkens und Argumentierens	65
4 Beispiele	66
5 Fazit	70
Literaturverzeichnis	71
6. Die Leitidee Daten und Zufall (Rolf Biehler, Andreas Eichler)	72
1 Einleitung	72
2 Daten als Grundlage der Leitidee.	73
3 Modellieren mehrstufiger zufälliger Vorgänge	74
4 Verteilungen	77
5 Schätzen und Testen	78
6 Fazit	81
Literaturverzeichnis	82
7. Die Kompetenz mathematisch Argumentieren (Stefan Ufer, Jürg Kramer)	83
1 Einleitung	83
2 Anforderungen mathematischen Argumentierens	84
3 Mathematisches Argumentieren in der Sekundarstufe II	86
3.1 Spezifische Zielbereiche in der Sekundarstufe II	86
3.2 Mathematisches Argumentieren als Unterrichtsaktivität	91
4 Ausblick und Implikationen	93
Literaturverzeichnis	94

8. Die Kompetenz mathematisch Modellieren

(Gabriele Kaiser, Peter Stender)	95
1 Einleitung	95
2 Stellenwert des Modellierens für den Mathematikunterricht	96
2.1 Modellieren in den Bildungsstandards	96
2.2 Ziele des Modellierens und Gründe für dessen Integration in den Mathematikunterricht	97
3 Modellierungskompetenzen und ihre Förderung	99
3.1 Die Tätigkeit des mathematischen Modellierens	99
3.2 Teilkompetenzen des Modellierens	100
3.3 Arten von Modellierungsaufgaben	101
3.4 Ein Beispiel für eine Modellierungsaufgabe	102
3.5 Einstellungen von Schülerinnen und Schülern zum Modellieren	104
4 Einbindung des Modellierens in den Unterricht	105
Literaturverzeichnis	105

Teil 2: Konzeptionelle Fragen zu den Bildungsstandards Mathematik

107

9. Mathematisches Grundwissen und Grundkönnen in der Sekundarstufe II

(Regina Bruder, Nora Feldt-Caesar, Andreas Pallack, Guido Pinkernell, Alexander Wynands)	108
1 Einleitung	108
2 Begriffliche Klärungen	109
3 „Was man an Mathematik wissen und können sollte“ – drei Perspektiven	112
4 Zur hilfsmittelfreien Verfügbarkeit mathematischen Grundwissens und Grundkönnens	115
5 Grundwissen und Grundkönnen ausbilden und wachhalten	117
5.1 Verständige und aspektreiche Zugänge schaffen	117
5.2 Ausgewählte Inhalte transparent machen	119
5.3 Situationsunabhängige, langfristige und hilfsmittelfreie Verfügbarkeit schaffen	120
6 Entwicklungspotentiale und schulische Rahmenbedingungen	122
Literaturverzeichnis	123

8. Die Kompetenz mathematisch Modellieren	
(Gabriele Kaiser, Peter Stender)	95
1 Einleitung	95
2 Stellenwert des Modellierens für den Mathematikunterricht	96
2.1 Modellieren in den Bildungsstandards	96
2.2 Ziele des Modellierens und Gründe für dessen Integration in den Mathematikunterricht	97
3 Modellierungskompetenzen und ihre Förderung	99
3.1 Die Tätigkeit des mathematischen Modellierens.	99
3.2 Teilkompetenzen des Modellierens	100
3.3 Arten von Modellierungsaufgaben	101
3.4 Ein Beispiel für eine Modellierungsaufgabe.	102
3.5 Einstellungen von Schülerinnen und Schülern zum Modellieren . . .	104
4 Einbindung des Modellierens in den Unterricht.	105
Literaturverzeichnis	105
Teil 2: Konzeptionelle Fragen zu den Bildungsstandards Mathematik	
	107
9. Mathematisches Grundwissen und Grundkönnen in der Sekundarstufe II (Regina Bruder, Nora Feldt-Caesar, Andreas Pallack, Guido Pinkernell, Alexander Wynands)	
	108
1 Einleitung.	108
2 Begriffliche Klärungen	109
3 „Was man an Mathematik wissen und können sollte“ – drei Perspektiven	112
4 Zur hilfsmittelfreien Verfügbarkeit mathematischen Grundwissens und Grundkönnens	115
5 Grundwissen und Grundkönnen ausbilden und wachhalten.	117
5.1 Verständige und aspektreiche Zugänge schaffen.	117
5.2 Ausgewählte Inhalte transparent machen.	119
5.3 Situationsunabhängige, langfristige und hilfsmittelfreie Verfügbarkeit schaffen	120
6 Entwicklungspotentiale und schulische Rahmenbedingungen	122
Literaturverzeichnis	123

10. Der Beitrag der Bildungsstandards zum Übergang	
Sekundarstufe II – Universität (Wolfgang Koeopf, Jürg Kramer)	
	125
1	Einleitung
	125
2	Anforderungen an Hochschuleseite
	126
2.1	Vertiefung der Allgemeinbildung
	126
2.2	Wissenschaftspropädeutik
	127
2.3	Entwicklung einer allgemeinen Studierfähigkeit.
	128
3	Die Chance der Abiturstandards
	218
3.1	Aspekte der Konkretisierung der Bildungsstandards
	129
3.2	Aspekte der schriftlichen Abiturprüfung.
	130
	Literaturverzeichnis
	131
11. Klausuren kompetenzorientiert analysieren und	
weiterentwickeln (Christina Drücke-Noe)	
	132
1	Einleitung
	132
2	Zur Aufgabenkultur im Unterricht und in Prüfungen.
	133
2.1	Aufgabenkultur im Unterricht der Sekundarstufe II
	133
2.2	Aufgabenkultur in Klassenarbeiten und in Klausuren.
	133
2.3	Normative Überlegungen zur Klausurgestaltung.
	134
3	Klausuren analysieren und weiterentwickeln
	135
3.1	Kognitive Analyse der Teilaufgaben.
	135
3.2	Der kognitive Anspruch einer Klausur.
	136
3.2.1	Erstellung eines Kompetenzprofils.
	137
3.2.2	Exemplarische Analyse einer (Teil-)Aufgabe
	137
3.2.3	Auswertung eines Kompetenzprofils
	138
3.3	Zielgerichtete Weiterentwicklung einer Klausur
	140
4	Schlussbemerkung
	142
	Literaturverzeichnis
	143
12. Digitale Mathematikwerkzeuge sinnvoll integrieren	
(Bärbel Barzel, Gilbert Greefrath)	
	145
1	Grundlagen
	145
2	Ebenen der Veränderung beim Lernen und Lehren
	148
2.1	Veränderungen auf der Ebene der Aufgaben.
	148
2.2	Veränderungen in Unterrichtsaufbau und –organisation
	151
3	Potenzielle Probleme des digitalen Werkzeugeinsatzes im Unterricht.
	152
3.1	Chancen und Möglichkeiten digitaler Werkzeuge
	153
3.2	Gefahren und Grenzen beim Einsatz digitaler Werkzeuge
	154
4	Digitale Werkzeuge in Prüfungen
	155
5	Fazit
	155
	Literaturverzeichnis
	156

Teil 3: Zur Rolle von Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II	159
13. Aufgaben in einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht (Sabine Hammer, Stefan Ufer)	160
1 Zur Rolle von Aufgaben im Mathematikunterricht.	160
2 Aufgaben in der Unterrichtsplanung – Potential erkennen	161
2.1 Aufgabenmerkmal Kompetenzorientierung	161
2.2 Aufgabenmerkmal Offenheit	162
2.3 Aufgabenmerkmal Differenzierung	163
2.4 Aufgabenmerkmal Authentizität	165
2.5 Ein Illustrationsbeispiel zu den Aufgabenmerkmalen.	165
3 Aufgaben im Unterricht – Potential nutzen	166
3.1 Antizipieren von Lösungen	167
3.2 Beobachtung von Lösungsansätzen.	167
3.3 Auswahl, Anordnung und Vernetzung von Lösungsansätzen	168
4 Schlussbemerkung	168
Literaturverzeichnis	169
14. Abituraufgaben im Sinne der Bildungsstandards (Gaby Heintz, Christina Drücke-Noe, Gilbert Greefrath)	171
1 Einführung und Grundlegung.	171
2 Abiturprüfungen im Kontext der Leistungsüberprüfung in der Sekundarstufe II.	172
3 Aufgaben schriftlicher Abiturprüfungen	173
3.1 Status Quo und normative Überlegungen.	173
3.2 Inhaltliche Vernetzung der Sachgebiete und die Berücksichtigung verschiedener Leitideen	174
4 Mündliche Prüfungsformen.	176
5 Die Rolle digitaler Werkzeuge in Prüfungen	176
5.1 Akzeptanz digitaler Werkzeuge	176
5.2 Digitale Werkzeuge in Prüfungsaufgaben	177
6 Qualitätsmerkmale von Prüfungsaufgaben	178
7 Fazit	178
Literaturverzeichnis	179
15. Kompetenzen sichtbar machen durch diagnostische Aufgaben (Timo Leuders)	181
1 Was ist Diagnose im Mathematikunterricht?	181
2 Woran erkennt man diagnostische Aufgaben?	183
3 Wie erstellt man gute Diagnoseaufgaben?	186
4 Wie sieht diagnostischer Unterricht aus?	188
5 Fördersituationen.	189
Literaturverzeichnis	191

16. Intelligentes Üben im Mathematikunterricht	
(Timo Leuders)	192
1 Ziele und Formen des Übens	192
2 Aufgabenformate für das intelligente Üben	194
3 Differenzieren beim Üben	199
4 Formen des Übens in der gymnasialen Oberstufe	201
5 Fazit	203
Literaturverzeichnis	203
17. Grundsätzliches und Konkretes zu Aufgaben des Typs „Bestimme die Funktionsgleichung“ (Michael Neubrand)	
1 Zur Entstehung dieses Beitrags	205
2 Die ursprüngliche Aufgabe.	206
3 Zum „Sinn“ der Bestimme-die-Funktionsgleichung-Aufgaben	207
4 Die Absicht bei dieser Aufgabe und deren Unterlaufen im Lösungsprozess.	208
5 Ein Versuch der Weiterentwicklung der Aufgabe	209
6 Einige weiterführende Aufgabenideen.	212
Literaturverzeichnis	215
18. Die Aufgabe „Globe-Tower“: Einkleidung und Authentizität (Jürgen Kowalewski, Wolfgang Löding)	
1 Die Aufgabe und ihr didaktisches Potential im Rahmen der Bildungsstandards	216
2 Das hyperbolische Modell	219
2.1 Kanten und Querschnitte	219
2.2 Ein Mietpreismodell.	220
2.3 Volumen und Oberfläche.	221
3 Das Modell „Twisted Tower“	223
4 Ergebnispräsentation	226
Literaturverzeichnis	228
Teil 4: Zum Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II	
19. Von der Änderungsrate zum Bestand (Ursula Schmidt)	
1 Ziele des Unterrichtsvorhabens	230
2 Sinnstiftung durch Kontexte	231
3 Schüleraktivierung und selbstständiges Arbeiten	233
4 Systematisieren und Verallgemeinern	234
5 Werkzeugeinsatz.	236
6 Weiterarbeit	236
Literaturverzeichnis	237
Anhang: Aufgaben	238

20. Digitale Werkzeuge im Analysis-Unterricht

(Hans-Jürgen Elschenbroich)	244
1 Funktionen und funktionaler Zusammenhang	244
2 Werkzeuge und Basisoperationen	245
3 Angesprochene Leitideen	246
4 Transformationen von Funktionen	247
5 Von der Sekante zur Ableitungsfunktion	248
6 Vom Kreis zur Krümmung	250
7 Von der Unter-/Obersumme zur Integralfunktion	251
8 Erforderliche Werkzeug-Fertigkeiten	253
9 Fazit	253
Literaturverzeichnis	254

21. Simulieren im Stochastikunterricht (Rolf Biehler, Andreas Eichler,

Wolfgang Löding, Peter Stender)	255
1 Einleitung	255
2 Simulationen für eine elementare Begriffsbildung	256
3 Simulation für eine erweiterte Begriffsbildung	258
4 Simulationen in realitätsnahen Fragestellungen	260
4.1 Die Flugbuchung analytisch	261
4.2 Die Flugbuchung simulativ	262
4.3 Komplexe Modellierung der Flugbuchung mit Simulation	264
5. Rückblick	265
Literaturverzeichnis	266

Anhang: Zur Aufgabensammlung auf der CD

(Christina Drüke-Noe)	268
---------------------------------	-----

20. Digitale Werkzeuge im Analysis-Unterricht	
(Hans-Jürgen Elschenbroich)	244
1 Funktionen und funktionaler Zusammenhang	244
2 Werkzeuge und Basisoperationen	245
3 Angesprochene Leitideen	246
4 Transformationen von Funktionen	247
5 Von der Sekante zur Ableitungsfunktion	248
6 Vom Kreis zur Krümmung	250
7 Von der Unter-/Obersumme zur Integralfunktion	251
8 Erforderliche Werkzeug-Fertigkeiten	253
9 Fazit	253
Literaturverzeichnis	254
21. Simulieren im Stochastikunterricht (Rolf Biehler, Andreas Eichler, Wolfgang Löding, Peter Stender)	
1 Einleitung	255
2 Simulationen für eine elementare Begriffsbildung	256
3 Simulation für eine erweiterte Begriffsbildung	258
4 Simulationen in realitätsnahen Fragestellungen	260
4.1 Die Flugbuchung analytisch	261
4.2 Die Flugbuchung simulativ	262
4.3 Komplexe Modellierung der Flugbuchung mit Simulation	264
5. Rückblick	265
Literaturverzeichnis	266
Anhang: Zur Aufgabensammlung auf der CD	
(Christina Drüke-Noe)	268