

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b> .....	5
<b>Verzeichnis der Mathematica-Anwendungen</b> .....	10
<b>Symbolverzeichnis</b> .....	11
<b>Einleitung</b> .....	14
<b>1 Mathematische Logik</b> .....	21
1.1 Einführung .....	21
1.2 Klassische zweiwertige Aussagenlogik .....	23
1.2.1 Begriff der Aussage .....	23
1.2.2 Aussagenverbindungen .....	28
1.2.3 Semantische Äquivalenz .....	33
1.2.4 Normalformen .....	37
1.3 Prädikatenlogik .....	48
1.3.1 Begriffe und Definitionen .....	48
1.3.2 Einige Regeln für den Gebrauch der Quantoren .....	50
1.4 Einige Beweisprinzipien .....	52
1.4.1 Direkter Beweis .....	52
1.4.2 Beweis durch Kontraposition .....	54
1.4.3 Indirekter Beweis .....	55
1.5 Aufgaben .....	61
<b>2 Mengen</b> .....	67
2.1 Die Cantorsche Mengendefinition .....	67
2.1.1 Einführung .....	67
2.1.2 Cantorsche Mengenbildung .....	68
2.2 Die Teilmengenrelation. Potenzmenge einer Menge .....	71
2.2.1 Inklusionsrelation .....	71
2.2.2 Gleichheitsrelation .....	73
2.2.3 Potenzmenge einer Menge .....	75
2.3 Aufgaben .....	82

2.4	Mächtigkeit von Mengen. Abzählbare und überabzählbare Mengen .....	83
2.4.1	Cantors Gleichmächtigkeitsdefinition .....	83
2.4.2	Endlichkeitsdefinition nach Dedekind .....	84
2.4.3	Abzählbar unendliche Mengen .....	86
2.4.4	Überabzählbar unendliche Mengen .....	90
2.4.5	Hierarchie der Zahlklassen .....	92
2.4.6	Unendlich viele verschiedene unendliche Mächtigkeiten .....	95
2.4.7	Kritik der Cantorschen Mengenlehre .....	95
2.5	Aufgaben .....	97
<b>3</b>	<b>Boolesche Algebren</b> .....	<b>99</b>
3.1	Die Mengenalgebra .....	99
3.1.1	Mengenoperationen .....	99
3.1.2	Gesetzmäßigkeiten (Rechenregeln) der Mengenalgebra .....	102
3.1.3	Allgemeine Vereinigung und allgemeiner Durchschnitt .....	106
3.1.4	Weitere Gesetze der Mengenalgebra .....	106
3.1.5	Mengenalgebra und Mächtigkeit endlicher Mengen .....	111
3.2	Aufgaben .....	113
3.3	Axiome der Booleschen Algebra .....	116
3.3.1	Allgemeine Definition Boolescher Algebren .....	117
3.3.2	Deduktion von Gesetzmäßigkeiten. Beispiele Boolescher Algebren .....	118
3.4	Aufgaben .....	124
<b>4</b>	<b>Relationen</b> .....	<b>126</b>
4.1	Charakterisierung von Relationen .....	126
4.1.1	Die Mengenoperation des Kreuzprodukts .....	126
4.1.2	Der Relationsbegriff. Darstellung von Relationen .....	129
4.1.3	Die Inverse und die Komposition von Relationen .....	135
4.2	Eigenschaften von Relationen. Strukturierte Mengen .....	142
4.2.1	Die wichtigsten Eigenschaften binärer Relationen auf einer Menge .....	143
4.2.2	Einige Beispiele für binäre Relationen und ihre Eigenschaften .....	145
4.2.3	Strukturierte Mengen (Wichtige Typen von Relationen) .....	149
4.2.4	Ordnungsrelationen .....	150
4.2.5	Äquivalenzrelationen .....	156
4.2.6	Hüllenbildungen von Relationen .....	163
4.3	Aufgaben .....	168
<b>5</b>	<b>Funktionen</b> .....	<b>174</b>
5.1	Begriffe, Eigenschaften und Beispiele von Funktionen .....	174
5.1.1	Einführung .....	174

5.1.2	Grundlegende Begriffe und Eigenschaften .....	175
5.1.3	Wichtige Beispiele für Funktionen .....	180
5.1.4	Bijektionen über endlichen Mengen .....	196
5.2	Aufgaben .....	205
5.3	Operationen mit Funktionen .....	206
5.3.1	Arithmetische Verknüpfungen .....	206
5.3.2	Kompositionen .....	209
5.3.3	Permutationsgruppen .....	214
5.3.4	Das Wachstum von Funktionen .....	224
5.4	Aufgaben .....	228
<b>6</b>	<b>Natürliche Zahlen. Prinzip der Induktion. Einführung in die Kombinatorik...</b>	<b>232</b>
6.1	PEANO-Axiome. Unvollständige und vollständige Induktion .....	232
6.1.1	Induktionsprinzip .....	233
6.1.2	Einfache Beispiele für Beweise durch vollständige Induktion .....	234
6.1.3	Von der unvollständigen zur vollständigen Induktion .....	235
6.1.4	Teleskop-Prinzip: Ein Trick zur konstruktiven Gewinnung von Summenformeln ..	239
6.1.5	Weitere Beispiele für etwas schwierigere Induktionen .....	240
6.2	Aufgaben.....	244
6.3	Einführung in die Kombinatorik .....	249
6.3.1	Reine Auswahl- und reine Anordnungsprobleme .....	250
6.3.2	Vier Grundaufgaben der Kombinatorik: Auswahl plus Anordnung .....	253
6.4	Aufgaben .....	258
<b>7</b>	<b>Algorithmen und rekursive Funktionen .....</b>	<b>261</b>
7.1	Der Algorithmenbegriff .....	261
7.1.1	Inhalt und Genesis des Algorithmenbegriffs .....	261
7.1.2	Beispiele wichtiger Algorithmen .....	264
7.2	Aufgaben .....	275
7.3	Rekursive Funktionen .....	276
7.3.1	Zur mathematischen Präzisierung des Algorithmenbegriffs .....	276
7.3.2	Primitiv-rekursive Funktionen .....	278
7.3.3	Allgemein- und partiell-rekursive Funktionen .....	292
7.4	Aufgaben .....	305
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>311</b>
	<b>Personenregister .....</b>	<b>315</b>
	<b>Sachwortverzeichnis .....</b>	<b>326</b>