

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b> .....	<b>I</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b> .....	<b>XI</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b> .....	<b>XVII</b>
<b>1. Einleitung</b> .....	<b>1</b>
<b>Teil A: Statistik</b> .....	<b>7</b>
<b>2. Statistische Grundlagen</b> .....	<b>9</b>
2.1. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung.....	9
2.1.1. Begriffe und Definitionen.....	10
2.1.2. Verschiedene Definitionen des Begriffs Wahrscheinlichkeit.....	12
2.1.2.1. Die Wahrscheinlichkeitsdefinition nach LAPLACE .....	12
2.1.2.2. Die Wahrscheinlichkeitsdefinition nach VON MISES .....	13
2.1.2.3. Die Wahrscheinlichkeitsdefinition nach KOLMOGOROFF .....	15
2.1.3. Elementare Rechenregeln .....	16
2.1.4. Verschiedene Ansätze zur Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten .....	21
2.2. Zufallsvariablen und ihre Verteilungen.....	25
2.2.1. Zufallsvariablen, Realisationen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen .....	26
2.2.2. Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen .....	31
2.2.3. Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen .....	34
2.2.4. Empirische Verteilungen .....	39
2.3. Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihre Rechenregeln.....	44
2.3.1. Der Erwartungswert.....	45
2.3.2. Varianz und Standardabweichung .....	48
2.3.3. Die Ungleichung von TSCHEBYSCHEFF .....	52
2.3.4. Kovarianz und Korrelationskoeffizient .....	54
2.3.5. Empirische Kennzahlen .....	58
2.3.5.1. Lagemaße .....	58
2.3.5.2. Streuungsmaße .....	60
2.3.5.3. Empirische Kovarianz und Korrelationskoeffizient .....	64
2.4. Wichtige Verteilungen in der Ökonometrie .....	70
2.4.1. Die Normalverteilung .....	71
2.4.2. Die Chi-Quadrat-Verteilung .....	78
2.4.3. Die $t$ -Verteilung .....	81
2.4.4. Die $F$ -Verteilung.....	83
2.5. Grenzwertsätze.....	86
2.5.1. Gesetz der großen Zahlen .....	86
2.5.2. Der zentrale Grenzwertsatz.....	89

<b>3. Finanzmathematische Grundlagen und Anwendung statistischer Konzepte</b> .....	<b>93</b>
3.1. Kurse und Renditen als Zufallsvariablen .....	93
3.1.1. Kursverläufe als Zeitreihen .....	93
3.1.2. Stationaritätseigenschaften einer Zeitreihe .....	96
3.1.3. Autokovarianz und Autokorrelation .....	97
3.1.4. Statistische Eigenschaften diskreter und stetiger Renditen .....	102
3.1.5. Historisch basierte Renditeprognose.....	106
3.1.6. Random-Walk-Hypothese.....	109
3.2. Renditearten bei der Performancemessung.....	112
3.2.1. Arithmetische und geometrische Renditeberechnungen.....	113
3.2.2. Wertgewichtete und zeitgewichtete Renditen.....	115
3.2.3. Weitere Renditearten.....	119
3.3. Statistische Kennzahlen als finanzwirtschaftliche Risikomaße.....	121
3.3.1. Volatilität.....	123
3.3.2. Semivarianz und Ausfallwahrscheinlichkeit.....	130
3.3.3. Value-at-Risk .....	137
3.3.4. Schiefe und Wölbung einer Renditeverteilung .....	141
3.3.5. Korrelationskoeffizient .....	144
3.3.6. Tracking Error .....	146
3.4. Portfoliooptimierung nach MARKOWITZ.....	150
3.4.1. Statistische Kennzahlen eines Portfolios .....	150
3.4.2. Modelldarstellung .....	162
3.4.3. Kritische Würdigung des Modells .....	164
<b>4. Punkt- und Intervallschätzungen</b> .....	<b>167</b>
4.1. Punktschätzungen.....	168
4.1.1. Eigenschaften guter Schätzer .....	170
4.1.2. Schätzung des Erwartungswerts und der Standardabweichung.....	175
4.2. Intervallschätzungen .....	181
4.2.1. Grundlagen und Konstruktionsprinzip von Konfidenzintervallen .....	181
4.2.2. Konfidenzintervalle für den Erwartungswert.....	183
4.2.2.1. Zweiseitige Konfidenzintervalle bei normalverteilter Stichprobe.....	183
4.2.2.2. Einseitige Konfidenzintervalle bei normalverteilter Stichprobe.....	190
4.2.2.3. Asymptotische Konfidenzintervalle.....	192
4.2.3. Konfidenzintervalle für die Varianz bei normalverteilter Stichprobe .....	194
<b>Teil B: Ökonometrie</b> .....	<b>199</b>
<b>5. Einfache und multiple lineare Regression</b> .....	<b>201</b>
5.1. Das ökonometrische Grundmodell .....	201
5.2. Parameterschätzung mittels ‚ordinary least squares‘ (OLS).....	211
5.3. Vereinfachte Parameterschätzung bei der Einfachregression.....	221
5.4. Bestimmung und Analyse der Residuen .....	226
5.5. Güteeigenschaften der OLS-Schätzung .....	230

5.5.1. Klassische Güteeigenschaften .....	231
5.5.2. Asymptotische Güteeigenschaften.....	239
5.6. Bestimmtheitsmaß und Korrelationskoeffizient.....	240
5.6.1. Grundidee und Definition des Bestimmtheitsmaßes .....	240
5.6.2. Zusammenhang zwischen Bestimmtheitsmaß und Korrelationskoeffizient .....	246
5.6.3. Das korrigierte Bestimmtheitsmaß .....	249
5.7. Fallstudie: CAPM, Marktmodell und Schätzung von Beta-Faktoren .....	252
5.7.1. Erklärung von Renditen im Marktgleichgewicht mit Hilfe des CAPM .....	253
5.7.2. Schätzung des ‚zukünftigen‘ Beta-Faktors mit Hilfe des Marktmodells .....	256
5.7.3. Risikoanalyse mit Hilfe des Marktmodells .....	258
5.7.4. Beispiel: Schätzung des Beta-Faktors der BASF-Aktie.....	260
5.8. Fallstudie: Performancemessung.....	263
5.8.1. Grundlagen der Performancemessung.....	264
5.8.2. Aufgaben und Konstruktion geeigneter Benchmarks.....	265
5.8.3. Verfahren der zweidimensionalen Performancemessung .....	267
5.8.3.1. Berücksichtigung des Gesamtrisikos mit Hilfe des Sharpe-Maßes.....	267
5.8.3.2. Berücksichtigung des systematischen Risikos mit Hilfe des Treynor-Maßes.....	268
5.8.3.3. Anwendungsbeispiel: Sharpe-Ratio und Treynor-Maß.....	270
<b>6. Analyse des Regressionsmodells mittels Hypothesentests .....</b>	<b>273</b>
6.1. Grundlagen und Konstruktionsprinzip eines Hypothesentests.....	273
6.2. Ergänzung der Annahmen des ökonometrischen Grundmodells .....	276
6.3. Analyse eines geschätzten Regressionsmodells .....	278
6.3.1. Test auf Signifikanz einzelner Regressoren mittels $t$ -Test.....	279
6.3.2. Test auf Signifikanz des Gesamtmodells mittels $F$ -Test.....	288
6.4. Test der Annahmen des Regressionsmodells bezüglich der Residuen.....	293
6.4.1. Ausgangslage .....	293
6.4.2. Autokorrelation: Ursachen, Auswirkungen und Tests .....	295
6.4.2.1. Ursachen und Auswirkungen der Autokorrelation.....	295
6.4.2.2. Durbin-Watson-Test zum Test auf Autokorrelation erster Ordnung .....	297
6.4.3. Heteroskedastizität: Ursachen, Auswirkungen und Tests .....	307
6.4.3.1. Ursachen und Auswirkungen.....	307
6.4.3.2. Breusch-Pagan- und White-Test zum Test auf Heteroskedastizität .....	308
6.4.4. Test auf Normalverteilung mittels Jarque-Bera-Test .....	318
6.5. Fallstudie: Test der Annahmen und der statistischen Signifikanz des Marktmodells .....	324
6.5.1. Überprüfung der Residuen des Marktmodells.....	324
6.5.2. Überprüfung des Marktmodells auf Signifikanz .....	330
6.6. Fallstudie: Performanceattribution .....	332
6.6.1. Messung des Selektionsbeitrags mit Hilfe des Jensen-Alpha-Maßes .....	332
6.6.2. Beispiel zur Bestimmung des Jensen-Alpha-Maßes .....	335
6.6.3. Messung des Timingbeitrags mit Hilfe einer quadratischen Regression .....	337

6.6.4. Beispiel zur Bestimmung der Timing-Fähigkeit .....	339
<b>7. Weitere Probleme bei der Regressionsanalyse.....</b>	<b>341</b>
7.1. Einsatz schwach stationärer Zeitreihen bei der Regressionsanalyse .....	341
7.1.1. Das Phänomen der ‚Spurious Regressions‘ .....	341
7.1.2. Verstoß gegen die Stationaritätseigenschaft durch deterministische Trends .....	345
7.1.3. Verstoß gegen die Stationaritätseigenschaft durch stochastische Trends.....	348
7.1.4. Überprüfung der Stationaritätseigenschaft.....	352
7.2. Fallstudie: Überprüfung der Stationarität der Variablen des Marktmodells .....	357
7.3. Das Problem der Multikollinearität .....	361
7.3.1. Formen, Auswirkungen und Kennzeichen der Multikollinearität .....	361
7.3.2. Verfahren zur Messung von Multikollinearität .....	366
7.3.2.1. Einfache Korrelationsanalyse.....	366
7.3.2.2. Das Konzept der ‚Variance Inflation Factors‘ (VIF) .....	367
7.3.3. Behandlung der Multikollinearität .....	370
7.4. Fallstudie: Überprüfung eines Multi-Index-Modells auf Multikollinearität .....	373
<b>8. Fallstudie: Renditeprognose mit Hilfe von Regressionsmodellen.....</b>	<b>377</b>
8.1. Grundprinzip der Kurs- bzw. Renditeprognose mit Hilfe eines Regressionsmodells.....	377
8.2. Problemstellung, Datenaufbereitung und Aufteilung des Datenmaterials .....	382
8.3. Überprüfung der Stationaritätseigenschaften der Variablen.....	384
8.4. Analyse des Datenmaterials mit Hilfe der Korrelationsanalyse .....	388
8.5. Auswahl der erklärenden Variablen und Überprüfung der Multikollinearität .....	394
8.6. Schätzung der Regressionsparameter des Prognosemodells .....	398
8.7. Test der Annahmen und der statistischen Signifikanz des Renditeprognosemodells.....	400
8.7.1. Überprüfung der Residuen .....	400
8.7.2. Überprüfung des Renditeprognosemodells auf Signifikanz .....	406
8.8. Evaluierung der Prognosegüte des Renditeprognosemodells.....	409
8.8.1. Generierung der Renditeprognosen .....	409
8.8.2. Evaluierung der Prognosegüte mit Hilfe statistischer Maßzahlen.....	413
8.8.3. Vergleich mit geeigneten Benchmark-Strategien .....	415
8.8.4. Ökonomische Evaluierung der Prognosegüte .....	418
8.8.4.1. Eindimensionale Performancemessung .....	418
8.8.4.2. Zweidimensionale Performancemessung.....	424
<b>Teil C: Optimierung .....</b>	<b>429</b>
<b>9. Optimierungsverfahren.....</b>	<b>431</b>
9.1. Einführung.....	431
9.1.1. Die formale Struktur eines Optimierungsproblems .....	432
9.1.2. Überblick über verschiedene Optimierungsverfahren .....	436
9.1.3. Lineare Optimierung .....	440
9.1.4. Quadratische Optimierung .....	447

9.1.5. Suchverfahren .....	451
9.1.6. First-Order Verfahren .....	457
9.1.7. Second-Order Verfahren.....	460
9.1.8. Schlussbemerkungen .....	461
9.2. Eindimensionale Optimierung .....	462
9.2.1. Verfahren ohne Gradienten.....	463
9.2.1.1. Schachtelung des Minimums .....	464
9.2.1.2. Erstmalige Schachtelung des Minimums.....	470
9.2.1.3. Implementation zur eindimensionalen Optimierung .....	473
9.2.1.4. Beispiel zur eindimensionalen Optimierung .....	482
9.2.2. Verfahren mit Gradienten .....	484
9.2.2.1. Das einfache Gradientenabstiegsverfahren .....	484
9.2.2.2. Beispielhafte Implementation des einfachen Gradientenabstiegsverfahrens.....	487
9.2.2.3. Beispielhafte Anwendung des einfachen Gradientenabstiegsverfahrens.....	491
9.2.2.4. Gradientenabstiegsverfahren mit variabler Schrittweite .....	492
9.2.3. Verfahren mit Gradienten und zweiter Ableitung .....	494
9.2.3.1. Grundlegender Ansatz des Newton-Verfahrens .....	494
9.2.3.2. Beispielhafte Implementation des Newton-Verfahrens.....	498
9.2.3.3. Beispielhafte Anwendung des Newton-Verfahrens.....	500
9.3. Optimierung im mehrdimensionalen Fall.....	500
9.3.1. Gradientenabstiegsverfahren im mehrdimensionalen Fall.....	501
9.3.2. Gradientenabstiegsverfahren mit Linienminimierung .....	504
9.3.2.1. Theoretische Grundlagen .....	504
9.3.2.2. Beispielhafte Implementation .....	505
9.3.2.3. Beispielhafte Anwendung.....	513
9.3.2.4. Zusammenfassung und Schlussbemerkungen .....	515
9.3.3. Konjugierter Gradientenabstieg.....	516
9.3.3.1. Theoretische Grundlagen .....	516
9.3.3.2. Beispielhafte Implementation des konjugierten Gradientenabstiegs .....	529
9.3.3.3. Beispielhafte Anwendung.....	532
9.3.4. Das Newton-Verfahren im mehrdimensionalen Fall.....	536
9.4. Die Berücksichtigung von Nebenbedingungen .....	544
9.4.1. Vorbemerkungen .....	544
9.4.2. Optimierung mit Hilfe von Barrierefunktionen.....	546
9.4.3. Beispiel zur Optimierung mit Hilfe von Barrierefunktionen .....	552
9.4.4. Beispielhafte Implementation von Barrierefunktionen .....	556
9.4.5. Optimierung eines Portfolios mit Hilfe von Barrierefunktionen.....	560
9.4.6. Beispielhafte Implementation zur Portfoliooptimierung.....	568
9.5. Probleme der nichtlinearen Optimierung .....	571
9.6. Abschließende Bemerkungen zu den Implementationen .....	573

<b>10. Anwendung der Optimierung.....</b>	<b>575</b>
10.1. Fallstudie 1: Nichtlineare Kleinste-Quadrate Schätzung.....	576
10.1.1. Der grundlegende Ansatz der nichtlinearen Kleinste-Quadrate Schätzung ....	576
10.1.2. Die Bestimmung der Standardfehler.....	584
10.2. Fallstudie 2: Die Bestimmung impliziter Volatilitäten.....	588
10.3. Fallstudie 3: Die Bestimmung des optimalen Portfolios .....	597
10.3.1. Finanzwirtschaftlicher Hintergrund.....	597
10.3.2. Die Ausgangsdaten .....	605
10.3.3. Risikolose Anlagemöglichkeit und Leerverkäufe.....	609
10.3.4. Risikolose Anlagemöglichkeit und keine Leerverkäufe.....	613
10.3.5. Keine risikolose Anlagemöglichkeit und Leerverkäufe .....	619
10.3.6. Keine risikolose Anlagemöglichkeit und keine Leerverkäufe.....	621
10.3.7. Die Bestimmung des Minimum-Varianz Portfolios .....	621
10.4. Fallstudie 4: Index Tracking .....	623
10.4.1. Finanzwirtschaftlicher Hintergrund.....	623
10.4.2. Bestimmung des Tracking Portfolios.....	627
10.5. Die Lösung der Fallstudien mit Hilfe einer ausgewählten Tabellenkalkulation ...	632
10.5.1. Fallstudie 1: Nichtlineare Kleinste-Quadrate Schätzung.....	633
10.5.2. Fallstudie 2: Die Bestimmung impliziter Volatilitäten.....	637
10.5.3. Fallstudie 3: Die Bestimmung des optimalen Portfolios .....	640
10.5.4. Fallstudie 4: Index Tracking .....	648
<b>Anhänge .....</b>	<b>653</b>
A.1. Grundlagen der Matrizenrechnung .....	653
A.1.1. Addition und Subtraktion von Matrizen .....	653
A.1.2. Multiplikation von Matrizen .....	654
A.1.3. Multiplikation einer Matrix mit einer Zahl (Skalarmultiplikation) .....	657
A.1.4. Transponieren von Matrizen .....	657
A.1.5. Multiplizieren und Transponieren von Matrizen .....	658
A.1.6. Quadratische und symmetrische Matrizen .....	659
A.1.7. Einheitsmatrix .....	659
A.1.8. Invertieren von Matrizen.....	660
A.1.9. Rechenregeln bei der Bildung von Ableitungen .....	661
A.1.10. Matrizen mit Zufallsvariablen.....	663
A.2. Tabellen.....	665
A.3. Grundlagen der Programmiersprache Visual Basic for Applications für Excel 97.....	674
A.3.1. Datentypen .....	674
A.3.2. Zuweisung .....	676
A.3.3. Elementzugriff.....	676
A.3.4. Rechenoperationen.....	677
A.3.5. Verzweigungen.....	677
A.3.6. Programmschleifen.....	679

---

A.3.7. Funktionen und Prozeduren .....	680
A.3.8. Verwendung von Excel-Tabellenfunktionen .....	682
A.3.9. Programmausführung .....	683
A.3.10. Schlussbemerkungen .....	684
<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>685</b>
<b>Stichwortverzeichnis .....</b>	<b>689</b>