

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Mathematische Vorbereitung	4
2.1	Physikalische Felder, Feldlinien und Flussröhren	4
2.2	Grundlagen aus der Vektoranalysis	6
2.2.1	Definitionen	6
2.2.2	Rechenregeln	10
2.3	Integralsätze	12
2.3.1	Gauß'scher und Stokes'scher Satz	12
2.3.2	Varianten der Integralsätze von Gauß und Stokes	14
2.3.3	Green'scher Satz	16
2.4	Darstellung wirbelfreier und quellenfreier Felder	16
2.4.1	Allgemeine Lösung der Gleichung $\operatorname{rot} \mathbf{v} = 0$	16
2.4.2	Allgemeine Lösung der Gleichung $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$	17
2.5	Delta-Funktion	18
2.5.1	Delta-Funktion in einer Raumdimension	18
2.5.2	Delta-Funktion in drei Raumdimensionen	23
2.6	Lösungen der Poisson-Gleichung	25
2.6.1	Skalare Poisson-Gleichung	25
2.6.2	Vektorielle Poisson-Gleichung	29
2.7	Mittelwertsatz der Potenzialtheorie	30
2.8	Fundamentalsatz der Vektoranalysis	31
2.8.1	Vorbetrachtungen für Vektorfelder ohne Sprungstellen	31
2.8.2	Fundamentalsatz für Vektorfelder ohne Sprungstellen	32
2.8.3	Potenziale mit Flächendichten	34
2.8.4	Vorbetrachtungen für Vektorfelder mit Sprungstellen	36
2.8.5	Fundamentalsatz für Vektorfelder mit Sprungstellen	38
	Aufgaben	40
3	Maxwell-Gleichungen	44
3.1	Ladungen, Kräfte und statische elektrische Felder	45
3.1.1	Ladung und Ladungserhaltung	45
3.1.2	Coulomb-Gesetz	47
3.1.3	Superpositionsprinzip	49
3.1.4	Elektrisches Feld	50
3.1.5	Maxwell-Gleichungen der Elektrostatik	52
3.1.6	Kraftdichte und Gesamtkraft	56

	3.1.7	Zur Exaktheit des Coulomb-Gesetzes	57
	3.1.8	Zur Exaktheit des Superpositionsprinzips	59
3.2		Ströme, Kräfte und statische Magnetfelder	61
	3.2.1	Ladungserhaltung, Stromdichte und Gesamtstrom	61
	3.2.2	Stationäre Stromdichte, Gesamtstrom und Linienströme	64
	3.2.3	Ohm'sches Gesetz – lokale Form	65
	3.2.4	Kraftwirkung stationärer Ströme und Biot-Savart-Gesetz	66
	3.2.5	Lorentz-Kraft	72
	3.2.6	Magnetfeld einer bewegten Punktladung	74
	3.2.7	Wechselwirkungskraft zwischen bewegten Punktladungen	75
	3.2.8	Zur Exaktheit des Lorentz'schen Kraftgesetzes	76
	3.2.9	ϵ_0 , μ_0 und Lichtgeschwindigkeit	76
	3.2.10	Maxwell-Gleichungen der Magnetostatik	77
3.3		Maxwell-Gleichungen für zeitabhängige Felder	78
	3.3.1	Qualitative Vorbetrachtungen für zeitabhängige Felder	78
	3.3.2	Transformation der Felder \mathbf{E} und \mathbf{B}	80
	3.3.3	Faraday-Gesetz	82
	3.3.4	Quellstärke zeitabhängiger Magnetfelder	85
	3.3.5	Maxwell'scher Verschiebungsstrom	86
	3.3.6	Maxwell-Gleichungen	90
	3.3.7	Gekoppelte Dynamik der Felder \mathbf{E} , \mathbf{B} und der Ladungsträger	91
	3.3.8	Eigenschaften der Maxwell-Gleichungen	92
3.4		Zum Problem der magnetischen Ladung	97
	3.4.1	Duale Transformation von \mathbf{E} und \mathbf{B}	97
	3.4.2	Theorien zur Existenz von Monopolen	100
		Exkurs 3.1: Einheiten und Maßsysteme	102
		Aufgaben	106
4		Elektrostatik	113
4.1		Energie eines Systems von Ladungen und Feldenergie	113
	4.1.1	Potenzielle Energie einer Punktladung im Potenzial ϕ	114
	4.1.2	Elektrische Wechselwirkungsenergie von Punktladungen	114
	4.1.3	Elektrische Feldenergie einer kontinuierlichen Ladungsverteilung	116
	4.1.4	Feldenergie von Punktladungen	119
4.2		Feldberechnung bei gegebener Ladungsverteilung	120
	4.2.1	Homogen geladene Kugel (Atomkern-Modell)	120
	4.2.2	Mittelwert des elektrischen Feldes	122
	4.2.3	Multipolentwicklung des Fernfelds	123
	4.2.4	Zur Ursprungsabhängigkeit der Näherungslösungen	128
4.3		Kraft, Drehmoment und Wechselwirkungsenergie	129
	4.3.1	Multipolentwicklung der Wechselwirkungsenergie	129
	4.3.2	Kraft und Drehmoment auf eine Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$	131
4.4		Feldlinienstruktur elektrostatischer Felder	132
	4.4.1	Reguläre Felder	133
	4.4.2	Felder mit singulären Punkten	137
4.5		Elektrische Leiter in der Elektrostatik	138

4.5.1	Randbedingung auf Leiteroberflächen	139
4.5.2	Kapazitätskoeffizienten eines Leitersystems und Kapazität von Kondensatoren	142
4.5.3	Gesamtkraft auf einen Leiter	148
4.6	Elektrostatische Randwertprobleme	150
4.6.1	Drei Randwertprobleme der Potenzialtheorie	150
4.6.2	Elektrostatik mit Randbedingungen auf Leitern	152
4.7	Lösungsmethoden bei Randwertproblemen	154
4.7.1	Methode der Spiegelladungen	154
4.7.2	Lösung von Randwertaufgaben mithilfe der Funktionentheorie	159
4.7.3	Methode der Green'schen Funktion	162
4.7.4	Separation der Laplace-Gleichung in Zylinderkoordinaten	167
Exkurs 4.1:	Eigenschaften der Zylinderfunktionen	168
Exkurs 4.2:	Fourier-Bessel-Reihen und Hankel-Transformation	171
Exkurs 4.3:	Green'sche Funktion für Dirichlet-Randbedingungen auf einem Zylindermantel	174
4.8	Elektrostatische Felder in dielektrischer Materie	178
4.8.1	Zerlegung des Feldes in Isolatoren	179
4.8.2	Wirkung eines gegebenen Feldes E_m auf einzelne Atome bzw. Moleküle	180
4.8.3	Rückwirkung der Atome bzw. Moleküle auf das Feld	183
4.8.4	Elektrostatische Maxwell-Gleichungen im Dielektrikum	189
4.8.5	Berechnung der Dielektrizitätskonstanten ϵ	192
4.8.6	Randbedingungen und Brechung von Feldlinien	193
4.8.7	Randwertaufgaben in dielektrischer Materie	195
4.8.8	Kraftwirkung elektrischer Felder auf dielektrische Materie	197
4.8.9	Elektrische Feldenergie in dielektrischer Materie	200
4.8.10	Kelvins Theorem der minimalen Feldenergie	202
4.8.11	Energie eines Dielektrikums mit $D = \epsilon E$ in einem Vakuumfeld	202
4.8.12	Änderung der elektrischen Feldenergie und Kräfte	204
Aufgaben	206
5	Magnetostatik	221
5.1	Darstellungen des Magnetfelds	221
5.1.1	Vektorpotenzial A des Magnetfelds	222
5.1.2	Skalares magnetisches Potenzial ϕ_m	226
5.1.3	Flussfunktionen	229
5.2	Fernfeld einer lokalisierten Stromverteilung	232
5.2.1	Mittelwert des Magnetfelds	232
5.2.2	Multipolentwicklung des Magnetfelds	233
5.3	Drehimpuls, Kraft, Drehmoment und Feldenergie	235
5.3.1	Magnetisches Moment und Drehimpuls	235
5.3.2	Kraft und Drehmoment auf eine lokalisierte Stromverteilung	236
5.3.3	Magnetische Feldenergie und Energiesatz	238
5.3.4	Wechselwirkungsenergie und Kräfte	242
5.3.5	Reziprozitätstheorem der Magnetostatik	245

5.4	Induktionskoeffizienten eines Systems von Strömen	246
5.4.1	System kontinuierlicher Stromverteilungen	246
5.4.2	System von Linienströmen in dünnen Leitern	246
5.5	Feldlinienstruktur magnetostatischer Felder	247
5.5.1	Lokale Eigenschaften	247
5.5.2	Globale Eigenschaften	248
5.5.3	Hamilton'sche Form der Feldliniengleichungen	250
5.6	Supraleiter	254
5.7	Magnetfeld in Materie	256
5.7.1	Magnetostatische Maxwell-Gleichungen	256
5.7.2	Randbedingungen und Brechung von Feldlinien	258
5.7.3	Randwertprobleme in magnetisierbarer Materie	259
	Aufgaben	261
6	Stromkreise mit stationären und langsam veränderlichen Strömen	270
6.1	Stationäre Ströme	270
6.1.1	Elektromotorische Kräfte	272
6.1.2	Stromverteilung in Leitern	274
6.1.3	Energieabgabe der Spannungsquelle	276
6.1.4	Integrales Ohm'sches Gesetz	276
6.2	Langsam veränderliche Ströme	277
6.2.1	Vernachlässigung des Verschiebungsstroms	278
6.2.2	Elemente von Wechselstromkreisen	281
6.2.3	Stromkreis-Gleichung für dünne Leiter	286
6.2.4	Freie und erzwungene Schwingungen	288
6.2.5	Induktive Kopplung	288
6.2.6	Komplexe Schreibweise	289
6.3	Skineneffekt	291
	Exkurs 6.1: Stromkreis-Gleichung für allseits ausgedehnte Leiter	295
	Aufgaben	302
7	Theorie zeitlich schnell veränderlicher elektromagnetischer Felder	311
7.1	Potenziale der Felder E und B	312
7.1.1	Coulomb-Eichung	313
7.1.2	Lorentz-Eichung	315
7.2	Wellengleichung und Lösung des Anfangswertproblems	316
7.3	Retardierte Potenziale	324
7.4	Elektromagnetisches Feld einer bewegten Punktladung	326
7.5	Bemerkung zur Feldlinienstruktur	330
7.6	Elektromagnetische Wellen im Vakuum	331
7.6.1	Feld periodisch oszillierender Ladungen	331
7.6.2	Exaktes Feld eines oszillierenden infinitesimalen Dipols	336
7.6.3	Ebene Wellen	338
7.6.4	Superposition ebener Wellen zu TE- und TM-Wellen	343
7.7	Elektromagnetische Wellen in Leitern und Hohlleitern	345
7.7.1	Wellen in Leitern	345

7.7.2	Wellen in zylindrischen Hohlleitern	349
7.8	Zeitabhängige elektromagnetische Felder in Materie	358
7.8.1	Makroskopische Maxwell-Gleichungen in Materie	359
7.8.2	Frequenzabhängigkeit von ϵ und μ	361
7.8.3	Phasengeschwindigkeit, Gruppengeschwindigkeit und Überlichtgeschwindigkeit	361
7.8.4	Frequenzabhängigkeit der Leitfähigkeit in Metallen	365
7.8.5	Randbedingungen an Grenzflächen	366
7.9	Energiesatz der Elektrodynamik	367
7.9.1	Ableitung des Energiesatzes	367
7.9.2	Physikalische Interpretation und alternative Energiesätze	369
7.9.3	Strahlungsdämpfung	374
7.10	Feldimpuls und Strahlungsdruck	376
7.10.1	Feldimpuls	376
7.10.2	Strahlungsdruck	381
	Aufgaben	382
	Sachregister	395
	Symbolverzeichnis	404