

Table des matières

Volume 1

Préface	xxv
I Endoscopie tordue sur un corps local	
Introduction	1
I.1 Les définitions de base	2
I.1.1 Groupes et espaces tordus	2
I.1.2 Paires de Borel	3
I.1.3 Eléments semi-simples	5
I.1.4 L -groupes	7
I.1.5 Données endoscopiques	8
I.1.6 Systèmes de racines	10
I.1.7 Espace endoscopique tordu	10
I.1.8 Correspondance entre classes de conjugaison semi-simples	11
I.1.9 Remarques sur le cas quasi-déployé et à torsion intérieure	13
I.1.10 Correspondance entre éléments semi-simples	13
I.1.11 K -espaces	15
I.1.12 L'ensemble $\tilde{G}_{ab}(F)$	17
I.1.13 Caractères de $G(F)$, $G_{0,ab}(F)$, $G_{0,ab}(F)/N^G(G_{ab}(F))$	23
I.1.14 Image de la correspondance	24
I.2 Transfert	27
I.2.1 Facteurs de transfert	27
I.2.2 Définition du bifacteur de transfert	28
I.2.3 Bifacteur de transfert et K -groupes	33
I.2.4 Transfert	34
I.2.5 Recollement de données auxiliaires	35
I.2.6 Action de groupes d'automorphismes	39
I.2.7 Une propriété de transformation du facteur de transfert	41
I.2.8 Le cas $F = \mathbb{R}$	44

I.3	Levi et image du transfert	51
I.3.1	Espaces paraboliques, espaces de Levi	51
I.3.2	Données endoscopiques d'espace de Levi	58
I.3.3	Données endoscopiques de \tilde{G} associées à une donnée endoscopique d'un espace de Levi	59
I.3.4	Levi de données endoscopiques	62
I.3.5	K -espaces	63
I.3.6	Preuve du lemme 3.5	67
I.4	Stabilité et image du transfert	74
I.4.1	Rappels sur la descente d'Harish-Chandra et la transformation de Fourier	74
I.4.2	Filtration de $I(\tilde{G}(F), \omega)$	76
I.4.3	Image de la restriction	80
I.4.4	Conjugaison stable	81
I.4.5	Conjugaison stable et application $N^{\tilde{G}}$	83
I.4.6	Description locale des classes de conjugaison stable	84
I.4.7	Conjugaison stable et K -espaces tordus	85
I.4.8	Descente d'Harish-Chandra et stabilité	86
I.4.9	Conjugaison stable et endoscopie	89
I.4.10	Rappels sur la transformation de Fourier et l'endoscopie	94
I.4.11	Image du transfert	95
I.4.12	Preuve de la proposition 4.11 dans le cas non-archimédien	96
I.4.13	Preuve de la proposition 4.11 dans le cas réel	101
I.4.14	Un corollaire de la preuve dans le cas réel	105
I.4.15	Filtration de l'espace $SI(\tilde{G}(F))$	106
I.4.16	Un corollaire	107
I.4.17	Produit scalaire	108
I.5	Distributions «géométriques»	119
I.5.1	Distributions «géométriques» dans le cas non-archimédien	119
I.5.2	Distributions «géométriques» dans le cas archimédien	120
I.5.3	Filtration de $D_{\text{géom}}(\tilde{G}(F), \omega)$	125
I.5.4	Distributions géométriques stables dans le cas non-archimédien	129
I.5.5	Distributions géométriques stables dans le cas archimédien	130
I.5.6	Constructions formelles	131
I.5.7	Transfert de distributions «géométriques»	134
I.5.8	Preuve dans le cas non-archimédien	136
I.5.9	Preuve dans le cas archimédien	138

I.5.10	Localisation	141
I.5.11	Induction et classes de conjugaison stable	142
I.5.12	Un résultat de réduction	144
I.5.13	Induction et stabilité	147
I.5.14	Suite de la preuve, cas F non-archimédien	150
I.5.15	Suite de la preuve, cas F archimédien	152
I.6	Le cas non ramifié	156
I.6.1	La situation non ramifiée	156
I.6.2	Données endoscopiques non ramifiées	157
I.6.3	Facteur de transfert	159
I.6.4	Le lemme fondamental	165
I.7	Unitarité, conjugaison complexe	166
I.7.1	Données auxiliaires et unitarité	166
I.7.2	Unitarité du facteur de transfert	168
I.7.3	Conjugaison complexe et intégrales orbitales	169
I.7.4	Conjugaison des données endoscopiques	170
I.7.5	Données auxiliaires	172
I.7.6	Conjugaison complexe et transfert	179
I.7.7	Formalisation du résultat	179

II Intégrales orbitales et endoscopie sur un corps local non-archimédien ; définitions et énoncés des résultats

Introduction	181
II.1 Intégrales orbitales pondérées	184
II.1.1 Les hypothèses	184
II.1.2 Définition des intégrales pondérées d'après Arthur	185
II.1.3 Propriétés des termes $\rho^{\text{Art}}(\beta, u)\check{\beta}$	189
II.1.4 Définition d'un nouveau terme $\rho(\beta, u)$	191
II.1.5 Modification de la définition des intégrales orbitales pondérées	194
II.1.6 Définition des intégrales orbitales pondérées ω -équivariantes	197
II.1.7 Propriétés des intégrales orbitales pondérées ω -équivariantes	198
II.1.8 Variantes des termes $\rho(\beta, u)$	203
II.1.9 Variantes des intégrales orbitales pondérées dans le cas quasi-déployé à torsion intérieure	209
II.1.10 Intégrales orbitales pondérées invariantes stables	213
II.1.11 Définition d'un système de fonctions $B^{\tilde{G}}$	226
II.1.12 Intégrales orbitales pondérées ω -équivariantes et endoscopie	229

II.1.13	Action d'un groupe d'automorphismes	232
II.1.14	Formules de descente	233
II.1.15	Intégrales orbitales pondérées ω -équivariantes endoscopiques	257
II.1.16	Le théorème principal	259
II.2	Germes de Shalika	259
II.2.1	Germes de Shalika ordinaires	259
II.2.2	Germes de Shalika et stabilité	261
II.2.3	Intégrales orbitales pondérées ω -équivariantes	262
II.2.4	Définition des germes stables	263
II.2.5	Intégrales orbitales pondérées invariantes stables	264
II.2.6	Développement en germes d'intégrales orbitales pondérées ω -équivariantes endoscopiques	267
II.2.7	Une égalité de germes	271
II.2.8	Relation entre la proposition 2.7 et le théorème 1.16	271
II.2.9	Relation entre la proposition 2.4 et le théorème 1.10	272
II.2.10	Premières conséquences	273
II.2.11	Une formule d'induction	274
II.2.12	Une formule d'induction, cas endoscopique	275
II.2.13	Une formule d'induction, cas stable	276
II.3	Développements des intégrales orbitales pondérées	276
II.3.1	Des espaces associés au couple (\tilde{G}, \tilde{M})	276
II.3.2	Un développement des intégrales pondérées ω -équivariantes	279
II.3.3	Développement des intégrales orbitales pondérées invariantes et fonction B	282
II.3.4	Développement des intégrales orbitales pondérées invariantes et système de fonctions B	284
II.3.5	Termes d'un développement stable	285
II.3.6	Quelques formalités	286
II.3.7	Développement des intégrales orbitales pondérées stables	289
II.3.8	Termes d'un développement endoscopique	292
II.3.9	Développement des intégrales orbitales pondérées endoscopiques	294
II.3.10	Termes ρ_J et induction	296
II.3.11	Termes σ_J et induction	299
II.3.12	Termes $\rho_J^{\tilde{G}, \mathcal{E}}(\mathbf{M}', \delta, a)$ et induction	300
II.4	Le cas non ramifié	300
II.4.1	Intégrales orbitales pondérées de la fonction caractéristique d'un espace hyperspécial	300

II.4.2	L'avatar stable	301
II.4.3	L'avatar endoscopique	303
II.4.4	Le lemme fondamental pondéré	304
II.4.5	Développement en germes	304
II.4.6	Un espace de germes sous hypothèses sur p	306
II.4.7	Développement des fonctions $r_M^{\tilde{G}}(\cdot, \tilde{K})$ et $s_M^{\tilde{G}}(\cdot, \tilde{K})$	307
II.4.8	Preuve du théorème 4.4	309
III Intégrales orbitales et endoscopie sur un corps local non-archimédien ; réductions et preuves		
	Introduction	311
III.1	Le cas des groupes non tordus	314
III.1.1	Rappel des résultats d'Arthur	314
III.1.2	Intégrales orbitales pondérées stables	314
III.1.3	Germes stables	318
III.1.4	Intégrales orbitales pondérées endoscopiques	318
III.1.5	Germes endoscopiques	320
III.2	Cas quasi-déployé et à torsion intérieure	321
III.2.1	Un lemme sur les groupes abéliens finis	321
III.2.2	Un lemme sur les tores	322
III.2.3	Détordre un triplet $(G, \tilde{G}, \mathfrak{a})$ quasi-déployé et à torsion intérieure	325
III.2.4	Fonctions, intégrales orbitales, représentations	326
III.2.5	Endoscopie	332
III.2.6	L'application $\phi_{\tilde{M}}$	335
III.2.7	Intégrales orbitales pondérées équivariantes	338
III.2.8	Intégrales orbitales pondérées stables	339
III.2.9	Intégrales orbitales pondérées endoscopiques	341
III.3	Passage à un revêtement	343
III.3.1	Définition des homomorphismes de passage	343
III.3.2	Les termes ρ_J^G	347
III.3.3	Intégrales orbitales pondérées et revêtement	348
III.3.4	Germes de Shalika et revêtement	350
III.3.5	Revêtement et stabilité	351
III.3.6	Les termes σ_J	353
III.3.7	Revêtement et germes stables	355
III.4	Germes et descente d'Harish-Chandra	358
III.4.1	Formule de descente pour les termes $\rho_J^{\tilde{G}}$	358
III.4.2	Descente des germes d'intégrales orbitales pondérées	361
III.4.3	Formule de descente pour les termes σ_J	362

III.4.4	Formule de descente pour les germes des intégrales orbitales pondérées stables	363
III.5	Descente et endoscopie	363
III.5.1	Descente de données endoscopiques	363
III.5.2	Transfert des fonctions et des distributions	366
III.5.3	Levi et descente de données endoscopiques	368
III.5.4	Facteurs de transfert et transfert des distributions	372
III.5.5	Applications de transition	374
III.6	Triplets endoscopiques non standard	375
III.6.1	Apparition des triplets endoscopiques non standard	375
III.6.2	Définition de triplets $(G, \tilde{G}, \mathfrak{a})$ particuliers	379
III.6.3	Mise en place des récurrences	383
III.6.4	Quelques définitions	383
III.6.5	Les termes σ_J	385
III.6.6	Germes de Shalika	387
III.6.7	Réduction des propositions 6.5 et 6.6	388
III.7	Preuves conditionnelles de deux théorèmes	393
III.7.1	Les termes $\rho_J^{\tilde{G}, \mathcal{E}}$	393
III.7.2	Les termes $\rho_J^{\tilde{G}, \mathcal{E}}$, variante	400
III.7.3	Les termes σ_J	400
III.7.4	Preuve conditionnelle des propositions [II] 2.7, [II] 3.8 et du théorème [II] 1.16(i)	401
III.7.5	Preuve du théorème [II] 1.16(ii)	405
III.7.6	Preuve des propositions [II] 2.4, [II] 3.5 et du théorème [II] 1.10	405
III.7.7	Preuve de la proposition 6.5	406
III.8	Descente des germes de Shalika endoscopiques	409
III.8.1	La proposition [II] 2.7 dans un cas particulier	409
III.8.2	Début de la preuve	409
III.8.3	Calcul de $x(\bar{s}, y)$	412
III.8.4	Fin de la preuve de la proposition 8.1	419
III.8.5	Egalité de germes et de germes endoscopiques	421
III.8.6	Preuve de la proposition 4.4	421
III.8.7	Preuve de la proposition 6.6	422

IV Transfert spectral archimédien

Introduction	423
IV.1	Théorème de Paley–Wiener	424
IV.1.1	La situation	424
IV.1.2	Rappels sur les ω -représentations	427
IV.1.3	Espaces de Paley–Wiener	429

IV.1.4	Enoncé du théorème	433
IV.1.5	La transition entre le théorème de Renard et le théorème 1.4	434
IV.1.6	Extension au cas $\omega \neq 1$	438
IV.2	Stabilité	440
IV.2.1	Quelques considérations formelles	440
IV.2.2	Les espaces $I_{\text{cusp}}(\tilde{G}(\mathbb{R}))$ et $SI_{\text{cusp}}(\tilde{G}(\mathbb{R}))$	443
IV.2.3	Un théorème de Paley–Wiener décrivant l’espace $SI(\tilde{G}(\mathbb{R}))$	447
IV.2.4	Un résultat d’instabilité	447
IV.2.5	Un lemme sur les fonctions de Paley–Wiener	449
IV.2.6	Fonctions f_φ à support assez régulier	452
IV.2.7	Utilisation de la propriété : une représentation elliptique est supertempérée	454
IV.2.8	L’espace $D_{\text{spec}}^{\text{st}}(\tilde{G}(\mathbb{R}))$	456
IV.2.9	L’espace $SI(\tilde{G}(\mathbb{R}), K)$	456
IV.3	Transfert	456
IV.3.1	Définition d’un transfert spectral elliptique	456
IV.3.2	Le théorème	457
IV.3.3	Le transfert spectral	460
IV.3.4	Transfert K -fini	461
IV.3.5	Transfert K -fini, version générale	464
IV.3.6	Le cas du corps de base \mathbb{C}	464
V Intégrales orbitales et endoscopie sur le corps réel		
	Introduction	465
V.1	Intégrales orbitales pondérées	467
V.1.1	La situation	467
V.1.2	L’application $\phi_{\tilde{M}}$	468
V.1.3	Définition des intégrales orbitales pondérées	474
V.1.4	Intégrales orbitales pondérées invariantes stables	477
V.1.5	Preuve du théorème 1.4	482
V.1.6	Une formule d’induction	482
V.1.7	Intégrales orbitales pondérées ω -équivariantes et endoscopie	483
V.1.8	Intégrales orbitales pondérées ω -équivariantes endoscopiques	485
V.1.9	Une propriété locale des intégrales orbitales ω -équivariantes endoscopiques	486
V.1.10	Le théorème principal	489
V.1.11	Réduction au cas des intégrales orbitales régulières	489

V.1.12	Elimination des K -espaces	490
V.1.13	Le cas quasi-déployé et à torsion intérieure	491
V.2	Un nouvel espace de distributions	491
V.2.1	Définition de l'espace $D_{\text{tr-orb}}(\tilde{G}(\mathbb{R}), \omega)$	491
V.2.2	Premières propriétés de l'espace $D_{\text{tr-orb}}(\tilde{G}(\mathbb{R}), \omega)$	497
V.2.3	Un lemme de séparation	499
V.2.4	Programme d'extension des définitions	502
V.2.5	Réduction des conditions imposées dans le cas (A)	507
V.2.6	Réduction des conditions imposées dans le cas (C)	511
V.2.7	Réduction des conditions imposées dans le cas (B)	513
V.3	Extension des définitions, cas des groupes non tordus	513
V.3.1	Rappel des résultats d'Arthur	513
V.3.2	Réalisation du programme de 2.4	513
V.3.3	Passage à un revêtement	514
V.3.4	Revêtement et applications ρ_J et σ_J	519
V.3.5	Un résultat d'induction	520
V.3.6	Un corollaire	527
V.4	Extension des définitions, cas quasi-déployé	528
V.4.1	Descente et endoscopie	528
V.4.2	Localisation	530
V.4.3	Localisation des espaces $D_{\text{tr-orb}}(\mathcal{O})$	531
V.4.4	Un résultat d'induction	533
V.4.5	Définition des termes $\rho_J^{\tilde{G}}$ et $\sigma_J^{\tilde{G}}$, premier cas	535
V.4.6	Définition des termes $\rho_J^{\tilde{G}}$ et $\sigma_J^{\tilde{G}}$, deuxième cas	537
V.5	Extension des définitions, cas général	541
V.5.1	Un résultat complémentaire pour l'endoscopie non standard	541
V.5.2	Réalisation conditionnelle du programme de 2.4	544
V.5.3	Preuve de la proposition 5.2, premier cas	545
V.5.4	Comparaison des espaces $K\tilde{G}$ et $K\tilde{G}_J$	547
V.5.5	Preuve de la proposition 5.2, deuxième cas	549
V.5.6	Preuve du lemme 5.5	553
V.5.7	Preuve du lemme 5.1	561
V.6	Un résultat d'approximation	564
V.6.1	Un espace de germes de fonctions	564
V.6.2	Approximation des intégrales orbitales pondérées invariantes	565
V.6.3	Approximation des intégrales orbitales pondérées invariantes stables	568

V.6.4	Approximation des intégrales orbitales pondérées invariantes associées aux éléments de $D_{\text{tr-orb}}(\tilde{M}(\mathbb{R})) \otimes \text{Mes}(M(\mathbb{R}))^*$	569
V.6.5	Preuve de la proposition 6.3	571
V.7	Le cas des groupes complexes	573
	Index des notations	575
	Bibliographie	583