

# Inhaltsverzeichnis

Geleitwort.....	V
Vorwort .....	VII
Inhaltsverzeichnis.....	IX
Abkürzungsverzeichnis.....	XIII
Einleitung .....	1
1 Grundschul Kinder und negative Zahlen .....	3
1.1 Konstruktive Perspektive.....	5
1.1.1 Zahlengeradenmodelle .....	6
1.1.2 Äquivalenzklassenmodelle.....	12
1.1.3 Konstruktive Forschungsfragen .....	13
1.2 Rekonstruktive Perspektive .....	14
1.2.1 Bedeutung des Kontextes.....	14
1.2.2 Erkundungen psychologischer Voraussetzungen.....	20
1.2.3 Rekonstruktive Forschungsfragen.....	25
2 Forschungsrahmen .....	27
2.1 Lerntheoretischer Hintergrund .....	31
2.1.1 Conceptual Change .....	31
2.1.2 Subjektive Erfahrungsbereiche .....	33
2.1.3 Kognitive Schichtenstruktur.....	35
2.2 Untersuchungsaufgaben der didaktischen Rekonstruktion.....	36
2.2.1 Fachliche Klärung .....	37
2.2.2 Erfassung der Lernerperspektive.....	39
2.2.3 Didaktische Strukturierung .....	43
2.3 Forschungsaspekte.....	46
3 Lernerperspektiven.....	49
3.1 Psychologische Perspektive.....	50
3.1.1 Vorwissen.....	50
3.1.1.1 Vorwissensarten .....	52
3.1.1.2 Vorwissensmerkmale.....	54
3.1.1.3 Vorwissensmatrix .....	56
3.1.2 Mentale Modelle .....	56
3.2 Mathematikdidaktische Perspektive.....	59
3.2.1 Schülervorstellungen als deskriptiver Grundvorstellungsaspekt .....	60
3.2.2 Concept Image und Personal Concept Definition .....	64
3.3 Verortung in der kognitiven Schichtenstruktur .....	66

4	Konzeptuelle Metaphern .....	69
4.1	Metaphern als kognitive Struktur .....	70
4.2	Merkmale der konzeptuellen Metapherntheorie .....	75
4.2.1	Struktur der Metapher in der konzeptuellen Metapherntheorie .....	75
4.2.1.1	Lexemmetapher .....	76
4.2.1.2	Konzeptuelle Metapher .....	80
4.2.1.3	Unidirektionalität und Fokussierung .....	81
4.2.1.4	Systematische Realisierung .....	85
4.2.1.5	Typologie der konzeptuellen Metapher .....	85
4.2.2	Funktion der Metapher in der konzeptuellen Metapherntheorie .....	87
4.2.2.1	Epistemische Funktion der Metapher .....	87
4.2.2.2	Kreativitätsthese oder die heuristische Funktion der Metapher .....	88
4.3	Kritik an der konzeptuellen Metapherntheorie .....	89
5	Konzeptuelle Metaphern in der Mathematik .....	95
5.1	„Mathematical Idea Analysis“ .....	95
5.2	Metaphern in ihrer Bedeutung für das Mathematiklernen .....	105
5.2.1	Betrachtungen unter Rückgriff auf andere Metapherntheorien .....	105
5.2.2	Betrachtungen unter Rückgriff auf die konzeptuelle Metapherntheorie .....	110
5.3	Perspektiven für eine rekonstruktive Metaphernanalyse .....	118
6	Systematische Metaphernanalyse .....	121
6.1	Metaphorische Konzeptualisierungskompetenz bei Kindern .....	121
6.2	Rekonstruktion konzeptueller Metaphern .....	122
7	Negative Zahlen in fachlicher Klärung .....	129
7.1	Mathematikhistorische Gesichtspunkte .....	129
7.1.1	Die Geschichte negativer Zahlen .....	129
7.1.1.1	Außereuropäische Geschichte negativer Zahlen .....	130
7.1.1.2	Europäische Geschichte der negativen Zahlen .....	132
7.1.2	Zusammenhang zwischen Mathematikgeschichte und Mathematikdidaktik .....	145
7.2	Kognitionspsychologische Gesichtspunkte .....	148
7.3	Metapherntheoretische Gesichtspunkte .....	151
7.4	Mathematikdidaktische Gesichtspunkte .....	158
7.4.1	Zahlaspekte negativer Zahlen .....	159
7.4.2	Instruktionskontexte und -modelle zu negativen Zahlen .....	161
7.4.3	Wege der Zahlbereichserweiterung .....	170
7.4.4	Schwierigkeiten beim Aufbau des Zahlenwissens über negative Zahlen .....	173
7.4.5	Verwendung des Minuszeichens .....	178
7.5	Erkenntnisse aus der fachlichen Klärung .....	180

8	Design der empirischen Untersuchung der Lernerperspektiven .....	183
8.1	Auswahl der Lernenden bzgl. der Klassenstufen .....	185
8.2	Datenerhebung.....	187
8.2.1	Aufgabenbogen .....	187
8.2.2	Interviews .....	202
8.2.2.1	Problemzentriertes Interview .....	203
8.2.2.2	Interviewleitfaden .....	205
8.2.2.3	Interviewsampling.....	207
8.3	Auswertungsmethoden .....	208
9	Erkundung von Lernerperspektiven .....	213
9.1	Fallstudien – Systematische Metaphernanalyse .....	213
9.1.1	Metaphersingularismus .....	215
9.1.1.1	OM-Metaphersingularismus .....	215
9.1.1.2	MaP-Metaphersingularismus .....	219
9.1.2	Metaphernpluralismus .....	226
9.1.2.1	Metaphernpluralismus bei kontextueller Monoperspektivität .....	226
9.1.2.2	Metaphernpluralismus bei Polyperspektivität mit Schichtenhierarchie .....	230
9.1.2.3	Metaphernpluralismus bei Polyperspektivität mit Schichtenheterarchie..	240
9.1.3	Tiefenstrukturspektrum der Lernerperspektiven .....	247
9.2	Phänomenbeschreibungen – Qualitative Inhaltsanalyse.....	249
9.2.1	Bei null geteilte Zahlengerade (DNL).....	249
9.2.2	Mit Null beginnende Dezimalbrüche als Zahlen unter null (DLZ).....	256
9.2.3	Übergeneralisierung der Kommutativität (OGC).....	266
9.2.4	Kryometer- und Fludd-Thermometer-Phänomen.....	275
9.2.5	Phänomene zur Multiplikation negativer Zahlen .....	284
9.2.6	Weitere Phänomene.....	288
9.3	Zentrale Aspekte der erfassten Lernerperspektiven .....	293
10	Leitideen für die Unterrichtspraxis .....	297
10.1	Notwendige Anbahnung negativer Zahlen in der Grundschule .....	297
10.2	Sinnvolle Zugänge zu negativen Zahlen (für Grundschul Kinder).....	302
10.3	Perspektiven .....	306
	Schlussbemerkung.....	309
	Literatur .....	311