

Inhaltsverzeichnis

1	Deskriptive und explorative Statistik	1
1.1	Motivation und Beispiele	1
1.2	Grundgesamtheit und Stichproben	3
1.3	Merkmale und ihre Klassifikation	5
1.4	Studiendesigns	7
1.4.1	Experimente und Beobachtungsstudien	8
1.4.2	Zeitreihen	8
1.4.3	Querschnittsstudie versus Longitudinalstudie	9
1.5	Aufbereitung von univariaten Daten	9
1.5.1	Datenmatrix	10
1.5.2	Nominale und ordinale Daten	11
1.5.3	Metrische Daten	14
1.6	Lagemaße	22
1.7	Streuungsmaße	31
1.7.1	Nominale und ordinale Merkmale: Die Entropie	31
1.7.2	Metrische Merkmale	33
1.8	Schiefe versus Symmetrie	36
1.9	Quantile und abgeleitete Kennzahlen	37
1.9.1	Empirische Quantile und Quartilsabstand	37
1.9.2	Fünf-Punkte-Zusammenfassung und Boxplot	39
1.9.3	QQ-Plot (Quantildiagramm)	41
1.10	Konzentrationsmessung*	42
1.10.1	Lorenzkurve	42
1.10.2	Gini-Koeffizient	44
1.10.3	Herfindahl-Index	46
1.11	Deskriptive Korrelationsanalyse	47
1.11.1	Nominale Merkmale	47
1.11.2	Metrische Merkmale	53
1.11.3	Ordinale Merkmale	59
1.11.4	Grenzen der Korrelationsrechnung	60

1.12	Deskriptive Regressionsrechnung	61
1.12.1	Die Ausgleichsgerade	61
1.12.2	Anpassungsgüte	64
1.12.3	Grenzen der Regressionsrechnung	66
1.13	Deskriptive Zeitreihenanalyse*	66
1.13.1	Indexzahlen	67
1.13.2	Zerlegung von Zeitreihen	70
1.13.3	Bestimmung und Bereinigung der Trendkomponente	70
1.13.4	Bestimmung einer periodischen Komponente	71
1.14	Meilenstein	73
2	Wahrscheinlichkeitsrechnung	75
2.1	Grundbegriffe	76
2.1.1	Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeit	77
2.1.2	Chancen (Odds)*	84
2.1.3	Siebformel*	85
2.1.4	Ereignis-Algebra*	86
2.2	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	88
2.2.1	Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit	88
2.2.2	Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit	90
2.2.3	Satz von Bayes	92
2.3	Mehrstufige Wahrscheinlichkeitsmodelle	93
2.4	Unabhängige Ereignisse	96
2.5	Zufallsvariablen und ihre Verteilung	99
2.5.1	Die Verteilung einer Zufallsvariable	101
2.5.2	Die Verteilungsfunktion	102
2.5.3	Quantilfunktion und p -Quantile	103
2.5.4	Diskrete Zufallsvariablen	104
2.5.5	Stetige Zufallsvariablen	106
2.5.6	Unabhängigkeit von Zufallsvariablen und Zufallsstichproben ..	108
2.5.7	Verteilung der Summe: Die Faltung	111
2.6	Erwartungswert, Varianz und Momente	112
2.6.1	Erwartungswert	112
2.6.2	Varianz	115
2.6.3	Momente und Transformationen von Zufallsvariablen	117
2.6.4	Entropie*	118
2.7	Diskrete Verteilungsmodelle	119
2.7.1	Bernoulli-Verteilung	119
2.7.2	Binomialverteilung	120
2.7.3	Hypergeometrische Verteilung	125
2.7.4	Geometrische Verteilung und negative Binomialverteilung	126
2.7.5	Poisson-Verteilung	127

2.8	Stetige Verteilungsmodelle	129
2.8.1	Stetige Gleichverteilung	130
2.8.2	Exponentialverteilung	130
2.8.3	Normalverteilung	131
2.8.4	Betaverteilung*	132
2.8.5	Gammaverteilung*	132
2.9	Erzeugung von Zufallszahlen*	134
2.10	Zufallsvektoren und ihre Verteilung	134
2.10.1	Verteilungsfunktion und Produktverteilung	135
2.10.2	Diskrete Zufallsvektoren	138
2.10.3	Stetige Zufallsvektoren	140
2.10.4	Bedingte Verteilung und Unabhängigkeit	143
2.10.5	Bedingte Erwartung	145
2.10.6	Erwartungswertvektor und Kovarianzmatrix	146
2.11	Grenzwertsätze und Konvergenzbegriffe	150
2.11.1	Das Gesetz der großen Zahlen	150
2.11.2	Der Hauptsatz der Statistik	153
2.11.3	Der zentrale Grenzwertsatz	153
2.11.4	Konvergenzbegriffe*	158
2.12	Verteilungsmodelle für Zufallsvektoren	159
2.12.1	Multinomialverteilung	159
2.12.2	Die zweidimensionale Normalverteilung	161
2.12.3	Multivariate Normalverteilung	164
2.13	Erzeugende Funktionen, Laplace-Transformierte*	166
2.14	Markov-Ketten*	169
2.14.1	Modell und Chapman-Kolmogorov-Gleichung	169
2.14.2	Stationäre Verteilung und Ergodensatz	172
2.15	Meilensteine	173
2.15.1	Lern- und Testfragen Block A	173
2.15.2	Lern- und Testfragen Block B	173
2.15.3	Lern- und Testfragen Block C	175
3	Schließende Statistik	177
3.1	Grundbegriffe	177
3.2	Schätzprinzipien	179
3.2.1	Nichtparametrische Schätzung	179
3.2.2	Likelihood-Schätzung	181
3.3	Gütekriterien für statistische Schätzer	190
3.3.1	Erwartungstreue	190
3.3.2	Konsistenz	193
3.3.3	Effizienz	194
3.3.4	Mittlerer quadratischer Fehler	195

3.4	Testverteilungen	195
3.4.1	t -Verteilung	196
3.4.2	χ^2 -Verteilung	196
3.4.3	F -Verteilung	197
3.5	Konfidenzintervalle	197
3.5.1	Konfidenzintervall für μ	198
3.5.2	Konfidenzintervalle für σ^2	199
3.5.3	Konfidenzintervall für p	200
3.5.4	Konfidenzintervall für λ (Poisson-Verteilung)	202
3.6	Einführung in die statistische Testtheorie	202
3.7	1-Stichproben-Tests	206
3.7.1	Motivation	207
3.7.2	Stichproben-Modell	207
3.7.3	Gauß- und t -Test	207
3.7.4	Vorzeichentest und Binomialtest	218
3.8	2-Stichproben-Tests	220
3.8.1	Verbundene Stichproben	220
3.8.2	Unverbundene Stichproben	222
3.8.3	Wilcoxon-Test	226
3.8.4	2-Stichproben Binomialtest	228
3.9	Korrelationstests	229
3.9.1	Test auf Korrelation	230
3.9.2	Rangkorrelationstest	231
3.10	Lineares Regressionsmodell	231
3.10.1	Modell	231
3.10.2	Statistische Eigenschaften der KQ-Schätzer	233
3.10.3	Konfidenzintervalle	234
3.11	Multiple lineare Regression (Lineares Modell)*	237
3.11.1	Modell	237
3.11.2	KQ-Schätzung	238
3.11.3	Verteilungseigenschaften	240
3.11.4	Anwendung: Funktionsapproximation	241
3.12	Analyse von Kontingenztafeln	241
3.12.1	Vergleich diskreter Verteilungen	242
3.12.2	Chiquadrat-Unabhängigkeitstest	243
3.13	Elemente der Bayes-Statistik*	244
3.13.1	Grundbegriffe	244
3.13.2	Minimax-Prinzip	245
3.13.3	Bayes-Prinzip	246
3.14	Meilensteine	250
3.14.1	Lern- und Testfragen Block A	250
3.14.2	Lern- und Testfragen Block B	251

Anhang A	Mathematik – kompakt	253
A.1	Notationen	253
A.1.1	Griechische Buchstaben (Auswahl)	253
A.1.2	Mengen und Zahlen	253
A.2	Platzhalter, Variablen und Termumformungen	253
A.3	Punktfolgen und Konvergenz	255
A.3.1	Konvergenz von Folgen	256
A.3.2	Summen und Reihen	257
A.4	Ungleichungen	259
A.5	Funktionen	260
A.5.1	Spezielle Funktionen	261
A.5.2	Grenzwert von Funktionen	264
A.5.3	Stetigkeit	264
A.5.4	Potenzreihen*	265
A.6	Differenzialrechnung	265
A.6.1	Ableitung	265
A.6.2	Elastizität	267
A.6.3	Höhere Ableitungen	268
A.7	Taylorpolynom und Taylorentwicklung	268
A.8	Optimierung von Funktionen	269
A.9	Integration	271
A.9.1	Stammfunktion	272
A.9.2	Integrationsregeln	274
A.9.3	Uneigentliches Integral	274
A.10	Vektoren	275
A.10.1	Lineare Unabhängigkeit	276
A.10.2	Skalarprodukt und Norm	277
A.11	Matrizen	278
A.12	Lösung linearer Gleichungssysteme	282
A.12.1	Gauß-Verfahren	283
A.12.2	Determinanten	286
A.13	Funktionen mehrerer Veränderlicher	287
A.13.1	Partielle Differenzierbarkeit und Kettenregel	288
A.13.2	Lineare und quadratische Approximation, Hessematrix	291
A.13.3	Optimierung von Funktionen	292
A.13.4	Optimierung unter Nebenbedingungen	293
A.14	Mehrdimensionale Integration	295
Anhang B	Glossar	297
B.1	Deutsch – Englisch	297
B.2	Englisch – Deutsch	300

Anhang C Tabellen	303
C.1 Normalverteilung	303
C.2 t -Verteilung	305
C.3 χ^2 -Verteilung	307
C.4 F -Verteilung	309
Literatur	319
Sachverzeichnis	321