

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Die ε-δ-Definition von Stetigkeit	7
2.1	Begriffe und Vorstellungen	7
2.2	Historische Entwicklung der ε - δ -Definition von Stetigkeit	12
2.3	Fachwissenschaftliche und -didaktische Perspektive	30
2.3.1	Das Verhältnis zum Grenzwert	30
2.3.2	Zugänge zur Stetigkeit	31
2.3.3	Die Quantoren und weitere Schwierigkeiten mit der ε - δ -Definition	43
2.3.4	Stetigkeit in der Schule und an der Universität	46
2.3.5	Relevanz der ε - δ -Definition von Stetigkeit	55
2.4	Darstellung bisheriger Untersuchungen	57
2.4.1	Untersuchungen zum Grenzwert	58
2.4.2	Untersuchungen zur Stetigkeit	68
2.4.3	Blick auf die Dissertation	76
3	Begriffliche und theoretische Grundlagen	78
3.1	Studierende im besonderen Setting	78
3.2	AiC und das RBC-Modell als theoretische Grundlage	81
3.2.1	„Abstraction in Context“	81
3.2.2	RBC-Modell für den individuellen Prozess der Wissenskonstruktion	84
3.2.3	Die Theorie im Kontext der Arbeit	88
3.3	Verständnis als zentraler Begriff	89
3.3.1	Verstehen als Prozess und Produkt	89
3.3.2	Verstehen, Verständnis und Lernen	91
3.3.3	Gebrauch der Begrifflichkeiten	93
3.3.3.1	Der übliche Gebrauch: Begriffe verstehen	93
3.3.3.2	Der Gebrauch für diese Arbeit	95
3.3.4	Verständnis in Verbindung zur AiC	102
3.4	Fehler, Schwierigkeiten und epistemologische Hindernisse	103
3.4.1	Fehler beschreiben und analysieren	103
3.4.2	Fehlerursachen	105
3.4.3	Epistemologische Hindernisse	108
3.5	Semiotische Grundlagen	113
3.5.1	Peirce'sche Semiotik	113
3.5.1.1	Der Peirce'sche Zeichenbegriff	115
3.5.1.2	Die Zeichentriade nach Peirce	117

3.5.1.3	Struktur des Zeichenbegriffes	120
3.5.2	Semieose und Semiotische Prozess-Karten	123
3.5.3	Diagramme	128
3.5.4	Abduktion	133
3.5.5	Bedeutung der Semiotik für diese Arbeit	134
3.6	AiC und RBC in Verbindung zur Semiotik	135
4	Intention und Fragestellungen der Untersuchung	138
5	Methode: Forschungssetting und Erhebung	141
5.1	Setting der Forschung	141
5.1.1	Ein Überblick	141
5.1.2	Erklären als zentraler Begriff für die Forschungssituation	144
5.2	Empirische Forschung	147
5.3	Qualitatives Paradigma	147
5.3.1	Qualitativ vs. Quantitativ	147
5.3.2	Qualitative Forschung	149
5.3.3	Gütekriterien qualitativer Forschung	150
5.4	Die Erhebungsinstrumente	152
5.4.1	Der Vergleichstest	152
5.4.1.1	Form des Tests	153
5.4.1.2	Die Testaufgaben	156
5.4.1.3	Einordnung in die Lehrveranstaltung und die Probanden	159
5.4.1.4	Überlegungen und Bearbeitungen zu den Aufgaben	165
5.4.1.5	Konzeption und Gütekriterien	173
5.4.2	Die Interviews	174
5.4.2.1	Form der Interviews	175
5.4.2.2	Die Interviewaufgaben	179
5.4.2.3	Einordnung in die Lehrveranstaltung und die Probanden	183
5.4.2.4	Überlegungen und Bearbeitungen zu den Aufgaben	185
5.4.2.5	Konzeption und Gütekriterien	194
5.5	Triangulation als zentrales Gestaltungsmittel	196
6	Auswertung: Vorgehen, Analyse und Ergebnisse	197
6.1	Anmerkungen zum Auswertungsprozess	197
6.2	Qualitative Inhaltsanalyse als zentrale Auswertungsmethode	198
6.2.1	Der Begriff der Inhaltsanalyse	198
6.2.2	Die qualitative Inhaltsanalyse	199
6.2.3	Analyseverfahren der qualitativen Inhaltsanalyse	204

6.2.3.1	Die Strukturierung	205
6.2.3.2	Die modifizierte Strukturierung	207
6.2.3.3	Die inhaltliche Strukturierung	210
I.	Der Test: Analyse und Ergebnisse	211
6.3	Methode: Qualitative Inhaltsanalyse	211
6.3.1	Inhaltliche Strukturierung der Testdaten	211
6.3.2	Skalierende Strukturierung der Testdaten	213
6.3.3	Einbeziehen quantitativer Analyseschritte	214
6.4	Vorstellungen und Umgang: Analyse und Ergebnisse	215
6.4.1	Vorstellungen von Stetigkeit	215
6.4.2	Umgang mit der ε - δ -Definition von Stetigkeit in einer Nachweisaufgabe	229
6.4.3	Selbsteinschätzungen zum Umgang mit der ε - δ -Definition	246
II.	Die Interviews: Analyse und Ergebnisse	252
6.5	Methode: Qualitative Inhaltsanalyse	252
6.5.1	Zusammenfassende Inhaltsanalyse der Interviewdaten	252
6.5.2	Inhaltliche und formale Strukturierung der Interviewdaten	256
6.5.3	Typisierende Strukturierung der Interviewdaten	257
6.6	Methode und Analysebeispiele: RBC-Analyse und SPK	264
6.6.1	Analysebeispiel RBC-Modell: Anna, Aufgabe 2(a)	268
6.6.2	Analysebeispiel SPK: Anna, Aufgabe 2(a)	276
6.6.3	Analysebeispiel RBC-Modell: Bärbel, Aufgabe 2(a)	285
6.6.4	Analysebeispiel SPK: Bärbel, Aufgabe 2(a)	288
6.6.5	Analysebeispiel RBC-Modell: Carola, Aufgabe 2(b)	296
6.6.6	Analysebeispiel SPK: Carola, Aufgabe 2(b)	302
6.7	Vorstellungen, Schluss und Strategie: Analysen und Ergebnisse	307
6.7.1	Ergebnisse: Vorstellungen	309
6.7.2	Ergebnisse: Strategie	312
6.7.2.1	Strategie A.1: „Konkrete Zahlen, bitte!“	313
6.7.2.2	Strategie A.2: „Erstmal Einsetzen!“	315
6.7.2.3	Strategie B.1: „Ich suche eine Struktur!“	316
6.7.2.4	Strategie B.2: „Grafik hilft!“	318
6.7.2.5	Die Strategien im Überblick	319
6.7.3	Ergebnisse: Finaler Schluss	320
6.7.3.1	Schluss: (F)chlrichtung	321
6.7.3.2	Schluss: (A)bbruch	322
6.7.3.3	Schluss: (U)ngleichung	324
6.7.3.4	Schluss: (W)ahl	326

6.7.3.5	Die Schlüsse im Überblick	329
6.8	Methode und Analysebeispiele: Einsatz der KVD	330
6.8.1	Analysebeispiel KVD: Anna	331
6.8.2	Analysebeispiel KVD: Bärbel	340
6.8.3	Analysebeispiel KVD: Carola	343
6.9	Verständnis: Analysen und Ergebnisse	347
6.9.1	Ergebnis: Verständnistypen	347
6.9.1.1	Verständnistyp 1.1: Logische Komplexität	349
6.9.1.2	Verständnistyp 1.2: . . . und fehlerhafte Zusammenhänge	354
6.9.1.3	Verständnistyp 2: Bedeutung von ε und δ	356
6.9.1.4	Verständnistyp 3: Bedeutung von x und $f(x)$	359
6.9.1.5	Verständnistyp 4: Vielfältige Schwierigkeiten	362
6.9.1.6	Abschließender Überblick	367
6.9.2	Ergebnisse: Fehler und Ursachen - Gründe für ein Scheitern	368
6.9.3	Ergebnisse: Nachweis der Unstetigkeit	375
III.	Aus- und Zusammenführung der Ergebnisse	380
6.10	Schwierigkeiten im Umgang mit der ε - δ -Definition	380
6.10.1	Der Umgang mittels Strategie und Schluss bei den gestellten Aufgaben	381
6.10.2	Das Verständnis der ε - δ -Definition	387
6.10.3	Vorstellungen von Stetigkeit und deren Beziehung zur ε - δ -Definition	400
6.10.4	Beschreibungen über die Zeichenklassen nach Peirce	404
6.10.5	Selbsteinschätzungen zu Schwierigkeiten und Hindernissen	405
6.11	Reflexion der Auswertungsmethoden	408
6.11.1	Verwendung und Verknüpfung vom RBC-Modell und den SPK	408
6.11.2	Erprobung vom Einsatz des KVD	413
6.11.3	Eignung des Forschungssettings	416
6.11.4	Sensibilisierung im Fokus	419
7	Zusammenfassung, Schlussfolgerungen und Ausblick	421
7.1	Zusammenfassung und zentrale Ergebnisse	421
7.2	Förderung und ein Appell an die Lehre	425
7.3	Methodische Variationen und anschließende Forschungsmöglichkeiten	430
7.4	Schlussbemerkung	433
8	Literaturverzeichnis	434
9	Anhang	1
9.1	Notizen (Test 2014)	2
9.2	Notizen (Interviewstudie 2014)	19