

1 Messunsicherheit von Messung und Messgerät	11
1.1 Bedeutung der Messunsicherheit	11
1.2 Messunsicherheit der <u>Messung</u>	11
1.3 Messunsicherheit des <u>Messgeräts</u>	12
1.4 Messunsicherheit nach DIN1319 und GUM.....	12
2 Messunsicherheit im Industrie-Messlabor	16
2.1 Angabe der Messunsicherheit	16
2.2 Präsenz der Messunsicherheit	16
2.3 Mikrometer und Winkelsekunde.....	18
2.4 Messwert, Mittelwert und wahrer Wert	19
2.5 Skalenwert, Auflösung und Empfindlichkeit.....	20
2.6 Fehler und Abweichung	21
2.7 Größenordnung der Messfehler	21
2.8 Dezimalstellen nach dem Komma	22
2.8.1 Dezimalstellen im <u>Messergebnis</u>	22
2.8.2 Dezimalstellen bei <u>Zwischenrechnungen</u>	23
2.8.3 Beispiele für sinnvolle Anzahl der Dezimalstellen.....	23
2.9 1/10-Fehler-Regeln und deren Realisierungskosten	24
2.9.1 Inhalt der 1/10-Fehler-Regeln	24
2.9.2 Praxis der 1/10-Fehler-Regeln	24
2.9.3 Realisierungskosten der 1/10-Fehler-Regeln	24
2.9.4 Messunsicherheit und Gerätekosten.....	25
3 Messunsicherheit-Definitionen	26
3.1 Messunsicherheit statt Genauigkeit	26
3.2 Wichtigkeit des \pm -Zeichens	26
3.3 Messwert und korrigierter Messwert	27
3.4 Messergebnis und vollständiges Messergebnis.....	28
3.4.1 Messergebnis und Formen des Messergebnisses	28
3.4.2 Beispiele zu den Formen des Messergebnisses.....	28
3.4.3 Vollständiges Messergebnis.....	29
3.5 Vertrauensniveau ($1 - \alpha$).....	30
3.5.1 Definition des Vertrauensniveaus	30
3.5.2 Bedeutung des Vertrauensniveaus	30
3.5.3 Wahl des Vertrauensniveaus	30
3.5.4 Vertrauensniveau von Einzelwert und Mittelwert	30
3.5.5 Vertrauensniveau und Messunsicherheit	30
3.5.6 Vertrauensniveau und Standardabweichung	30
3.6 Streuung und Toleranz	32
3.7 Fehlerquellen und Fehlerarten, Vorab-Übersicht.....	33

4 Fehlerquellen	34
4.1 Übersicht	34
4.2 Fehlerquellen der <u>Maßverkörperung</u>	34
4.2.1 Definition des Fehlers der Maßverkörperung	34
4.2.2 Maßstabteilungsfehler	35
4.2.3 Falsche Steigung der Messspindel	35
4.2.4 Falsches Nennmaß	35
4.2.5 Nullpunktdrift und Umkehrspanne	36
4.2.6 Linearität	36
4.2.7 Hysterese	36
4.3 Fehlerquellen des <u>Messgeräts</u>	37
4.3.1 Definition des Messgeräte-Fehlers	37
4.3.2 Kippungen	38
4.3.3 Biegungen	38
4.3.4 Führungsfehler	38
4.3.5 Abbe'sches Komparatorprinzip	39
4.3.6 Fehlerordnungszahl	40
4.3.7 Fehler 1.Ordnung beim Messschieber	40
4.3.8 Fehler 2.Ordnung bei der Bügelmessschraube	42
4.3.9 Weitere Messunsicherheitseinflüsse des Messgeräts	44
4.4 Fehlerquellen des <u>Messaufbaus</u>	45
4.4.1 Abbe'sches Komparatorprinzip beim Messaufbau	45
4.4.2 Weitere Messunsicherheitseinflüsse des Messaufbaus	45
4.5 Fehlerquellen des <u>Messobjekts</u>	46
4.6 Fehlerquellen der <u>Messperson</u>	47
4.7 Fehlerquellen der <u>Umgebung</u>	48
4.7.1 Wärmedehnung	48
4.7.2 Schwingungen	49
5 Fehlerarten	50
5.1 Übersicht	50
5.2 Bekannte systematische Fehler	51
5.2.1 Definition der bekannten systematischen Fehler	51
5.2.2 Hinweise zu den bekannten systematischen Fehlern	51
5.2.3 Beispiele für bekannte systematische Fehler	52
5.2.4 Berücksichtigung der bekannten systematischen Fehler	53
5.2.5 Größe und Vorzeichen der bekannten systematischen Fehler	53
5.2.6 Beispiele zur Durchführung einer vorzeichenrichtigen Korrektur	54
5.2.7 Vertrauensniveau bei bekannten systematischen Fehlern	56
5.3 Unbekannte systematische Fehler	56
5.3.1 Definition der unbekannt systematischen Fehler	56
5.3.2 Hinweise zu den unbekannt systematischen Fehlern	57
5.3.3 Beispiele für unbekannt systematische Fehler	57
5.3.4 Berücksichtigung der unbekannt systematischen Fehler	58
5.3.5 Betrag der unbekannt systematischen Fehler	58
5.3.6 Vertrauensniveau bei unbekannt systematischen Fehlern	58

5.4	Zufällige Fehler.....	59
5.4.1	Definition der zufälligen Fehler.....	59
5.4.2	Hinweise zu den zufälligen Fehlern.....	59
5.4.3	Beispiele für zufällige Fehler.....	60
5.4.4	Berücksichtigung der zufälligen Fehler.....	61
5.4.5	Betrag der zufälligen Fehler: Standardabweichung.....	61
5.4.6	Gauß'sche Glockenkurve und deren n -Abhängigkeit.....	63
	Normalverteilung aus 10 Einzelwerten.....	63
	Normalverteilung aus 100 Einzelwerten.....	64
	Normalverteilung aus unendlich vielen Einzelwerten.....	65
5.4.7	Vertrauensniveau, Vertrauensbereich, Vertrauensfaktor.....	66
	Vertrauensniveau.....	66
	Vertrauensbereich.....	67
	Vertrauensfaktor.....	68
5.4.8	Ermittlung der Standardabweichung.....	69
	Graphische Ermittlung der Standardabweichung s	70
	Mathematische Ermittlung der Standardabweichung s	70
	Tabellarische Ermittlung der Standardabweichung s	71
	Standardabweichung des Mittelwerts $s_{\bar{x}}$ sowie σ und $\sigma_{\bar{x}}$	72
	n -Abhängigkeit der Standardabweichung s ($n = 10, n = 3$).....	73
5.4.9	Vertrauensniveau bei zufälligen Fehlern.....	77
	Vertrauensniveaus und deren Einsatzgebiete.....	77
5.5	Grobe Fehler.....	78
5.5.1	Definition der groben Fehler.....	78
5.5.2	Hinweise zu den groben Fehlern.....	78
5.5.3	Beispiele für grobe Fehler.....	79
5.5.4	Berücksichtigung der groben Fehler.....	79
5.5.5	Ermittlung der groben Fehler.....	79
5.5.6	Vertrauensniveau bei groben Fehlern.....	79
6	Fehlerfortpflanzung.....	80
6.1	Übersicht.....	80
6.1.1	Einführung in die Fehlerfortpflanzung.....	80
6.1.2	Einführung in fluchtende und nicht fluchtende Fehler.....	81
6.1.3	Einführung in die Fehlerfortpflanzung der Fehlerarten.....	82
6.2	Fortpflanzung <u>fluchtender Fehler</u>	83
6.2.1	Einführung in die fluchtenden Fehler, Beispiel „Endmaßkombination“.....	83
6.2.2	Fortpflanzung fluchtender <u>bekannter systematischer Fehler</u>	84
	Methode 1: „Summe der Einzelfehler“.....	84
	Methode 2: „Istsumme – Sollsumme“.....	85
6.2.3	Fortpflanzung fluchtender <u>unbekannter systematischer Fehler</u>	86
	Betrachtungsweise 1: „Wahrscheinlicher Fehler“.....	86
	Betrachtungsweise 2: „Größtfehler“.....	87
6.2.4	Fortpflanzung fluchtender <u>zufälliger Fehler</u>	88
	Betrachtungsweise 1: „Wahrscheinlicher Fehler“.....	88
	Betrachtungsweise 2: „Größtfehler“.....	89
6.2.5	Fortpflanzung fluchtender <u>grober Fehler</u>	89

6.3 Fortpflanzung <u>nicht fluchtender Fehler</u>	90
6.3.1 Einführung in die nicht fluchtenden Fehler, Beispiel „Sinuslineal“.....	90
6.3.2 Fortpflanzung nicht fluchtender <u>bekannter systematischer Fehler</u>	91
Methode 1: „Summe der partiellen Ableitungen“.....	91
Methode 2: „Ist-Soll-Beziehungsgleichung“.....	94
6.3.3 Fortpflanzung nicht fluchtender <u>unbekannter systematischer Fehler</u>	96
Betrachtungsweise 1: „Wahrscheinlicher Fehler“	96
Betrachtungsweise 2: „Größtfehler“	97
6.3.4 Fortpflanzung nicht fluchtender <u>zufälliger Fehler</u>	98
Betrachtungsweise 1: „Wahrscheinlicher Fehler“.....	98
Betrachtungsweise 2: „Größtfehler“	99
6.3.5 Fortpflanzung nicht fluchtender <u>grober Fehler</u>	99
6.4 Ergebnis-Vergleich der Übungsbeispiele.....	100
6.4.1 Einführung „Was ist gegeben?“.....	100
6.4.2 Zusammenfassender Ergebnis-Vergleich	101
6.4.3 Fehlergrößen bei Endmaßkombination und Sinuslineal	102
6.4.4 Messunsicherheiten bei Endmaßkombination und Sinuslineal.....	103
7 Messunsicherheit der <u>Messung</u>	104
7.1 Übersicht	104
7.2 Begriffe und Grundlagen zur Ermittlung der Messunsicherheit.....	105
7.3 Gleichungen zur Ermittlung der Messunsicherheit.....	108
7.3.1 Messunsicherheit bei fluchtenden Fehlern.....	108
7.3.2 Messunsicherheit bei <u>nicht</u> fluchtenden Fehlern.....	109
7.4 Sieben Schritte zur Ermittlung der Messunsicherheit der <u>Messung</u>	110
SCHRITT 1: Ermittlung der Fehlerquellen	110
SCHRITT 2: Klassifizierung nach Fehlerarten.....	110
SCHRITT 3: Ermittlung der Fehlergrößen	111
SCHRITT 4: Zusammenfassung der Fehler.....	112
SCHRITT 5: Korrektur des Messwerts.....	113
SCHRITT 6: Berechnung der Messunsicherheit bei Einzel- und Mittelwert	113
SCHRITT 7: Angabe des vollständigen Messergebnisses.....	113
8 Messunsicherheit des <u>Messgeräts</u>	114
8.1 Übersicht	114
8.2 Arten der Angabe der Messunsicherheit des <u>Messgeräts</u>	115
8.2.1 Einführung	115
8.2.2 Absoluter Fehler.....	115
8.2.3 Relativer oder prozentualer Fehler.....	116
8.2.4 Fehler-Klassenzahl oder Genauigkeitsklasse.....	118
8.2.5 Dimensionsloser Fehler.....	119
8.2.6 Messunsicherheitsgleichung (Bezug: <u>Einzelwert</u>)	119
8.2.7 Messunsicherheitsgleichung (Bezug: <u>Mittelwert</u>)	122
8.3 Sechs Schritte zur Ermittlung der <u>Messunsicherheitsgleichung</u>	124
SCHRITT 1: Störeinflussabhängige Messunsicherheitsmessungen	124
SCHRITT 2: Diagrammdarstellung der Tabellenwerte	125

SCHRITT 3: k_1 = Konstanter Messunsicherheitsanteil.....	125
SCHRITT 4: k_2 = Störgrößen-Konstante	126
SCHRITT 5: Angabe der Messunsicherheitsgleichung	126
SCHRITT 6: Messunsicherheit ausgewählter Messwerte	127
Zusatz-SCHRITT: Messunsicherheit des Mittelwerts	127
9 Beispiele zur Ermittlung der Messunsicherheit	128
9.1 Übersicht	128
9.2 Messunsicherheit infolge fluchtender und nicht fluchtender <u>Toleranzen</u>	130
BEISPIEL 1 : Messen mit Endmaßkombination (fluchtende Fehler).....	130
BEISPIEL 2 : Messen mit Sinuslineal (nicht fluchtende Fehler)	134
9.3 Messunsicherheit der Messung mit <u>Kompakt-Messgeräten</u>	138
BEISPIEL 3 : Messunsicherheit beim Messen mit Gliedermaßstab.....	138
BEISPIEL 4 : Messunsicherheit beim Messen mit Messschieber	142
Vergleich: Analoges und digitaler Messschieber.....	146
BEISPIEL 5 : Messunsicherheit beim Messen mit Bügelmessschraube	148
Vergleich: Analoge und digitale Bügelmessschraube	152
BEISPIEL 6 : Messunsicherheit beim Messen mit Höhenmessgerät	154
BEISPIEL 7 : Messunsicherheit beim Messen mit Koordinatenmessgerät.....	158
Vom inkrementalen Maßstab zur digitalen Anzeige.....	163
BEISPIEL 8 : Messunsicherheit beim Messen mit digitalem Multimeter	164
Vergleich: Digitales und analoges Multimeter	167
9.4 Messunsicherheit der Messung mit <u>Messaufbauten</u>	168
BEISPIEL 9 : Längenmessung mit Messuhrvorrichtung.....	168
BEISPIEL 10: Bestimmung der Schallgeschwindigkeit.....	174
Schallgeschwindigkeit in unterschiedlichen Medien	179
BEISPIEL 11: Druckmessung mit einem elektrischen Messaufbau.....	180
Druckeinheiten und Beispiele zur Druckmessung	185
BEISPIEL 12: Neigung des „Schiefen Turms von Pisa“.....	186
(Messunsicherheit aus nicht fluchtenden Einzelfehlern)	186
9.5 Messunsicherheit des Messgeräts als <u>Messunsicherheitsgleichung</u>	191
Informationen zur Messunsicherheitsgleichung	191
BEISPIEL 13: Messunsicherheitsgleichung des Gliedermaßstabs.....	192
BEISPIEL 14: Messunsicherheitsgleichung des Messschiebers	198
BEISPIEL 15: Messunsicherheitsgleichung der Bügelmessschraube	204
BEISPIEL 16: Messunsicherheitsgleichung der Messuhrvorrichtung.....	210
BEISPIEL 17: Messunsicherheitsgleichung des Höhenmessgeräts.....	216
BEISPIEL 18: Messunsicherheitsgleichung des KMG mit CAA.....	222
9.6 Messunsicherheiten im <u>Quervergleich</u> aus den Beispielen 1-18	228
9.6.1 Einführung	228
9.6.2 Messunsicherheit fluchtender und nicht fluchtender <u>Toleranzen</u>	228
9.6.3 Messunsicherheit der Messung mit <u>Kompakt-Messgeräten</u>	229
9.6.4 Messunsicherheit der Messung mit <u>Messaufbauten</u>	230
9.6.5 Messunsicherheit des Messgeräts als <u>Messunsicherheitsgleichung</u>	231
Literaturverzeichnis.....	232
Sachwortverzeichnis	236