

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Einblick in die historische Entwicklung der Auffassungen von Mathematik	5
2.1	Die Elemente Euklids	5
2.2	Projektive Geometrie	10
2.3	Nicht-euklidische Geometrie	13
2.4	Geometrie heute	16
2.5	Zusammenfassung	18
3	Empirische Theorien	21
3.1	Begriffsbestimmung	21
3.2	Carnaps Zwei-Stufen-Konzept	22
3.3	Sneeds Theoretizitätskriterium	24
3.4	Mini-Theorie AS	25
3.4.1	Intendierte Anwendungen	25
3.4.2	Potentielle Modelle	26
3.4.3	Modelle	27
3.4.4	Theoretische Terme	28
3.4.5	Partiell-Potentielle Modelle – Ramsey-Substitution	29
3.4.6	Querverbindungen	30
3.4.7	Beispiel für die Anwendung der Theorie AS	30
3.4.8	Zusammenfassung	32
3.5	Methode zur Beschreibung	32
4	Theory Theory	35
4.1	Das Konzept	35
4.2	Anwendungsbeispiel: Entwicklung der Objekttheorie	37
4.2.1	Erste Objekttheorie	37
4.2.2	Theorie mit ca. 9 Monaten	40
4.2.3	Theorie mit ca. 18 Monaten	42
4.2.4	Erwachsenentheorie	43
4.2.5	Diskussion	44

4.3	Theory Theory und Empirische Theorien	45
5	Vorerfahrungen im Erwerb des Mengen- und Zahlbegriffs	49
5.1	Spontane Anzahlerfassung	50
5.1.1	Subitizing	50
5.1.2	Quasi-Simultanauffassung	52
5.2	Vergleich der Kardinalität von Kollektionen von Objekten	53
5.3	Zahlwortreihe	53
5.3.1	Zählprinzipien	53
5.3.2	Stufen in der Entwicklung der Zahlwortreihe	54
5.4	Zahlaspekte	55
5.5	Subjektive Erfahrungsbereiche	59
5.5.1	Das Konzept	60
5.5.2	Zahlaspekte und Subjektive Erfahrungsbereiche	63
5.5.3	Empirische Theorie und Subjektive Erfahrungsbereiche	63
5.6	Empirische Theorie über Mengen und Zahlen	64
5.6.1	Intendierte Anwendungen	65
5.6.2	Partiell-Potentielle Modelle	66
5.6.3	Potentielle Modelle	67
5.6.4	Modelle	68
5.6.5	Empirische Menge	68
5.6.6	Querverbindungen	70
6	Methodik der Studie	73
6.1	Treffpunkt 'Mathematisch-informatische Frühförderung'	73
6.2	Teilnehmende Kinder	73
6.3	Spielsituationen	74
6.3.1	Mit Bauklötzen bauen	75
6.3.2	Kartenmemory	75
6.3.3	Rechenwendeltreppe	76
6.3.4	ZARAO	76
6.3.5	Bausteineweg	78
6.4	Methodologische Überlegungen	78
6.4.1	Szenenauswahl	80
6.4.2	Erstellung von Transkripten	81
6.4.3	Transkriptionsregeln	82
6.4.4	Analyse von Transkripten	82
6.4.5	Rekonstruktion einer Theorie über Mengen und Zahlen	85

7	Ausgewählte Analysebeispiele	87
7.1	Analysebeispiel 1 – Carolin	87
7.1.1	Transkript	87
7.1.2	Kurzüberblick über die Szene	97
7.1.3	Einteilung in Phasen	97
7.1.4	Zusammenfassende Interaktionsanalyse	98
7.1.5	Beobachtbare mathematische Fähigkeiten	100
7.1.6	Rekonstruktion einer Theorie über Mengen und Zahlen	101
7.2	Analysebeispiel 2 – Laura	103
7.2.1	Transkript	103
7.2.2	Kurzüberblick über die Szene	107
7.2.3	Einteilung in Phasen	108
7.2.4	Zusammenfassende Interaktionsanalyse	108
7.2.5	Beobachtbare mathematische Fähigkeiten	110
7.2.6	Rekonstruktion einer Theorie über Mengen und Zahlen	111
7.3	Analysebeispiel 3 – Marc	112
7.3.1	Transkript 1	112
7.3.2	Kurzüberblick über die Szene	120
7.3.3	Einteilung in Phasen	121
7.3.4	Zusammenfassende Interaktionsanalyse	121
7.3.5	Beobachtbare mathematische Fähigkeiten	123
7.3.6	Rekonstruktion einer Theorie über Mengen und Zahlen	124
7.3.7	Transkript 2	125
7.3.8	Kurzüberblick über die Szene	129
7.3.9	Einteilung in Phasen	129
7.3.10	Zusammenfassende Interaktionsanalyse	130
7.3.11	Beobachtbare mathematische Fähigkeiten	131
7.3.12	Rekonstruktion einer Theorie über Mengen und Zahlen	131
8	Empirische Theorien über Mengen und Zahlen	133
8.1	Zusammenfassung der Ergebnisse der Szenenanalysen	133
8.2	Formulierung von T_{MZ}	136
8.2.1	Intendierte Anwendungen	137
8.2.2	Partiell-Potentielle Modelle	137
8.2.3	Potentielle Modelle	138
8.2.4	Modelle	140
8.2.5	Empirische Menge	141
8.2.6	Querverbindungen	143
8.2.7	Rückbindung an die Ergebnisse der Szenenanalysen	143

8.3	Formulierung von T_Z	143
8.3.1	Intendierte Anwendungen	144
8.3.2	Partiell-Potentielle Modelle	145
8.3.3	Potentielle Modelle	145
8.3.4	Modelle	146
8.3.5	Querverbindungen	147
8.3.6	Rückbindung an die Ergebnisse der Szenenanalysen	148
Literaturverzeichnis		151
Anhang		163