

## Inhaltsverzeichnis

	Einleitung	1
①	Variablen, frühe Algebra und Sprache in der internationalen mathematikdidaktischen Forschung	5
1.1	Wesensmerkmale der elementaren Algebra	5
1.1.1	Ideengeschichte der Algebra	7
1.1.2	Elementare Algebra in der internationalen Fachliteratur	9
1.1.3	Schulalgebra in der deutschsprachigen Fachliteratur	16
1.1.4	Ursachen für SchülerInnenschwierigkeiten mit Algebra	18
1.1.5	Das Ende der Arithmetik und der Beginn der Algebra: Der <i>didactical cut</i>	20
①.2	Das Variablenkonzept	24
①.2.1	Vom <i>res</i> zum <i>x</i> – ein historischer Überblick	24
①.2.2	Funktion von Variablen: Variablen als formales Werkzeug	26
①.2.3	Unbekannte, Unbestimmte und Veränderliche – Variablenauffassungen und Variablenaspekte	27
①.2.4	Der Versuch einer Definition von Variablen	37
①.2.5	Studien zu Variablen	39
1.3	Früher Einsatz der Algebra	45
1.3.1	Neuere Ansätze zur Einführung von Algebra und Variablen – Überblick über die diesbezügliche aktuelle wissenschaftliche Diskussion	45
1.3.2	Arithmetik als Grundlage für Algebra	47
1.3.3	Algebraifizieren des Grundschulunterrichts	48
1.3.4	Verschiedene Positionen bezüglich der konkreten Inhalte bei früher Algebra	51
1.3.5	Studien zu früher Algebra	56
1.4	Die Kultivierung der algebraischen Sprache	63
①.4.1	Algebra als Sprache	64
①.4.2	Sprache in der Mathematik	65
①.4.3	Die Symbolsprache	67
①.4.4	Das Spannungsverhältnis zwischen Sprache und Mathematiklernen bzw. zwischen Sprache und Algebralernen	70
①.4.5	Studien zu Sprache und Algebra	75
1.5	Fazit	78
2	Entwicklung der Untersuchungsziele und didaktische Überlegungen zur Studie	83
2.1	Entwicklung der Forschungsfragen	83
2.2	Konkrete Forschungs- und Untersuchungsziele	89

IV	Inhalt	
3	Auswahl der Aufgaben	93
3.1	Allgemeine Überlegungen zur Auswahl der Aufgaben	93
3.2	Eingrenzung des Vorwissens durch Analyse von Schulbüchern und Rahmenrichtlinien	94
3.3	Die vier mathematischen Inhaltskerne	98
3.4	Formulierung der Inhaltskerne	102
3.5	Schwierigkeitsgrad der Aufgaben	107
4	Die Studie - Methodologie und methodisches Vorgehen	109
4.1	Vertiefungsmodell (Untersuchungsdesign)	109
4.2	Von der Idee zu den Daten (Datenerhebung)	112
4.3	Datenaufbereitung	118
4.4	Auswertungsmethoden	119
4.5	Qualitätskriterien	128
4.6	Codierschemata	129
5	Variablenverständnis – Interpretation und Formalisierung	135
5.1	Ausprägungen des Variablenverständnisses von Schülerinnen und Schülern	135
5.1.1	Ausdruck des Variablenverständnisses	136
5.1.2	Häufigkeit der Variablenauffassungen in Klasse 4 und in Klasse 8	142
5.1.3	Fazit zu den Variablenauffassungen	144
5.2	Der Einfluss der Formulierung auf den Erfolg	145
5.2.1	Lösungshäufigkeit bei unterschiedlichen Formulierungen in Klasse 4	147
5.2.2	Lösungshäufigkeit bei unterschiedlichen Formulierungen in Klasse 8	157
5.2.3	Vergleich zwischen den Klassenstufen, Betrachtung des Einflusses von Buchstaben- und Wortvariablen, der Syntax sowie von zusätzlichen Faktoren	166
5.2.4	Variablenverständnis und Formulierung	176
5.2.5	Exkurs: Performanz und Variablenverständnis von Mädchen und Jungen	178
5.2.6	Fazit: Rangplatzierung der Formulierungen	179
5.3	SchülerInnendarstellungen von Wortvariablen	181
5.3.1	Formen der Darstellung	182
5.3.2	Häufigkeit der verschiedenen Darstellungen	186
5.3.3	Fazit zu den Darstellungen von Variablen	188
5.4	Reflexion der Studie	188
6	Zusammenfassung und Konsequenzen	191
6.1	Interpretieren und Formalisieren bei unterschiedlichen Aufgabenformulierungen	191
6.2	Perspektiven für die Theorie und Praxis der Einführung von Variablen	196
	Literatur	201
	Abbildungen	222
	Tabellen	224
	Zusammenfassung	225
	Summary	227
	Lebenslauf und Erklärung	230